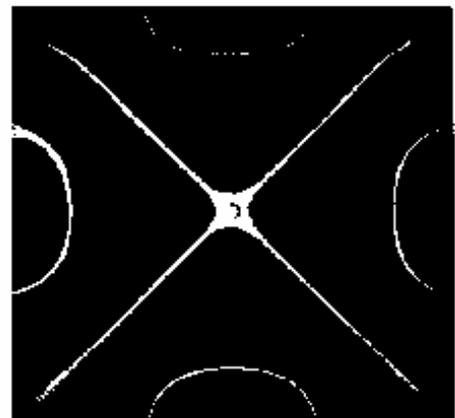
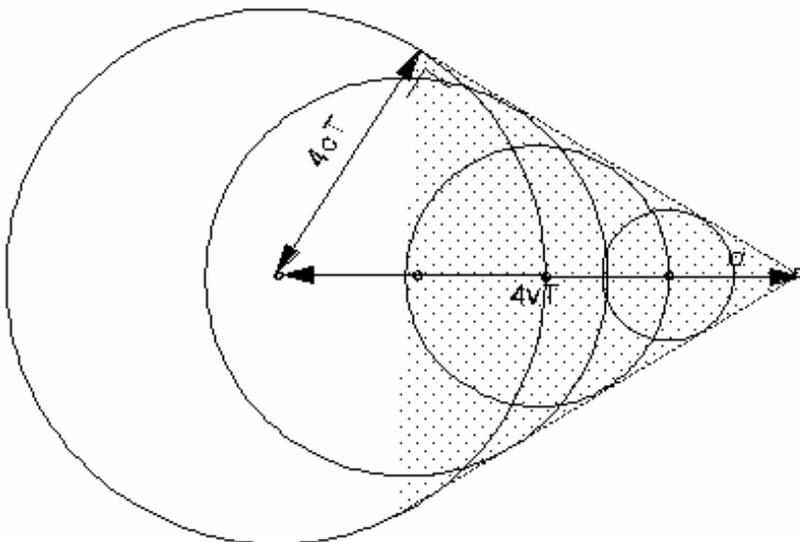
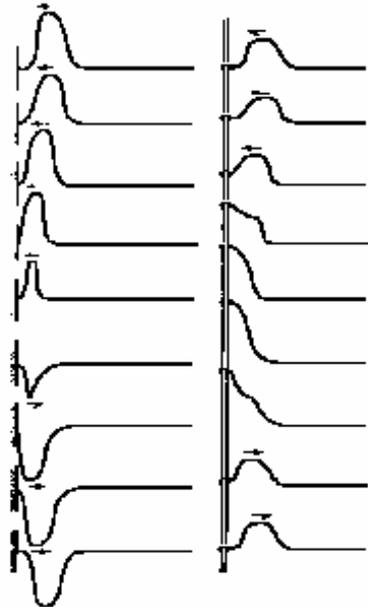
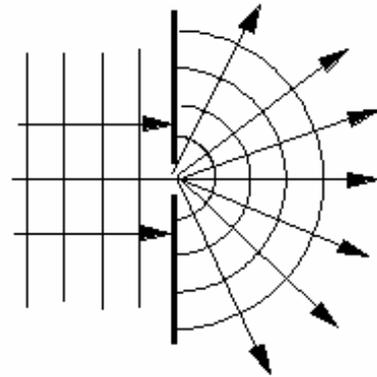
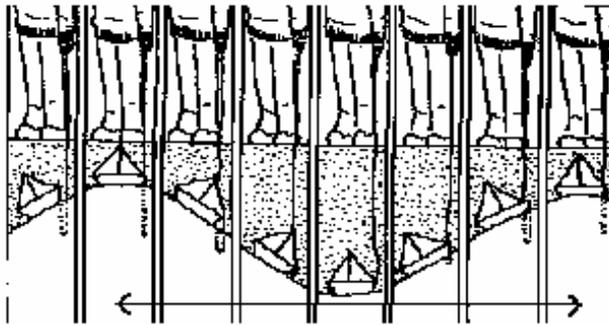


# IV Oscillations et ondes



## Table des matières OSCILLATIONS ET ONDES

<p><b>4.1 La mesure du temps et le mouvement harmonique</b> ..... 1</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>Historique</u>..... 1</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>Le mouvement du pendule</u>..... 1</p> <p><b>4.1.1. Le mouvement sinusoïdal</b>..... 2</p> <p><b>4.2 Notions d'onde et définitions</b> ..... 3</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>a) Caractéristique spatiale de l'onde</b> ..... 3</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>b) Caractéristiques temporelles de l'onde</b> .. 4</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>c) Relation entre caractéristiques spatiale et temporelle</b> ..... 4</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>d) Brève description des ondes</b> ..... 4</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.2.1 Classification des ondes</b>..... 5</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.2.2 Les ondes électromagnétiques</b>..... 5</p> <p><b>4.3 Réflexion de la lumière</b> ..... 6</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.3.1 Lumière blanche et lumière colorée</b>. 6</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.3.2 Corps lumineux par diffusion de la lumière</b> ..... 6</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.3.3 Principe de propagation de la lumière</b> ..... 7</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.3.4 Histoire de la réflexion</b> ..... 7</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.3.5 Principe de base et image virtuelle par un miroir</b> ..... 7</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.3.6 Définitions et lois de la réflexion</b>..... 8</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>Exercices sur la réflexion</b>..... 8</p> <p><b>4.4 La réfraction de la lumière</b> ..... 9</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.4.1 Histoire de la réfraction</b> ..... 9</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.4.2 Phénomène et définitions</b> ..... 10</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.4.3 Analogie au phénomène de réfraction</b>..... 11</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.4.4 Construction du rayon réfracté (Descartes)</b>..... 11</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.4.5 Loi de Snellius - Descartes</b> ..... 11</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>4.4.6 Angle limite, réflexion totale</b> ..... 11</p> <p style="padding-left: 20px;"><b>Exercices sur la réfraction de la lumière</b>. 12</p> <p><b>4.5 Principe de Huygens et effet Doppler</b> ..... 13</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.5.1 Effet Doppler : La vitesse de la source est inférieure à la célérité. (<math>v &lt; c</math>)</u>..... 13</p>	<p style="padding-left: 20px;"><u>4.5.2 Onde de choc lorsque la vitesse de la source est égale à la célérité</u>.....14</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>Exercices effet Doppler et cône de Mach</u>....16</p> <p><b>4.6 Exemples d'interférence : onde stationnaire et battement</b>..... 17</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.6.1 Onde stationnaire</u>.....17</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.6.2 Battement</u> .....19</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.6.3 Eléments d'acoustique</u>.....19</p> <p style="padding-left: 40px;">a) Sons et bruits..... 19</p> <p style="padding-left: 40px;">b<sub>1</sub>) Sons purs ..... 19</p> <p style="padding-left: 40px;">b<sub>2</sub>) Son composé et notions d'harmoniques... 19</p> <p style="padding-left: 40px;">c) Accord .....20</p> <p style="padding-left: 40px;">d) Bruit .....20</p> <p style="padding-left: 40px;">d) Son des instruments de musique .....20</p> <p><b>4.7 Les instruments à cordes</b>..... 21</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>Exercices instruments à cordes</u> .....22</p> <p><b>4.8 Instruments à vent</b>..... 23</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.8.1 Tuyaux sonores</u> .....23</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.8.2 Conditions aux limites dans les tuyaux sonores</u>.....23</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.8.3 Tuyau ouvert aux deux extrémités</u>.....23</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.8.4 Tuyau ouvert seulement à une extrémité</u>.....24</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.8.5 Utilisation des tuyaux sonores</u>.....24</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.8.6 Rôle de l'embouchure des instruments à vent</u>.....24</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>4.8.7 Failles de la théorie</u>.....24</p> <p><b>Ondes stationnaires dans les instruments de musique</b> ..... 25</p> <p style="padding-left: 20px;"><u>Exercices instruments à vent</u> .....26</p> <p><b>Corrigé des exercices oscillations et ondes</b> .....26</p> <p style="padding-left: 20px;">4.3 Exercices réflexion de la lumière (O 8 et O 9).....26</p> <p style="padding-left: 20px;">4.3 Exercices réfraction de la lumière (O 12)27</p> <p style="padding-left: 20px;">Pour l'exercice 4, la loi de la réfraction donne un résultat impossible (<math>\sin r &gt; 1</math>)4.5 Effet Doppler et cône de Mach (O 16).....27</p> <p style="padding-left: 20px;">4.5 Effet Doppler et cône de Mach (O 16).....28</p> <p style="padding-left: 20px;">4.7 Exercices instruments à cordes (O 22).....28</p> <p style="padding-left: 20px;">4.8 Exercices instruments à vent (O 26) .....28</p>
---	--

## 4.1 La mesure du temps et le mouvement harmonique

### Historique

C'est la « course du Soleil dans le ciel » qui donne à l'homme la notion de temps.

Environ 3 000 ans avant J.-C., les **clepsydes** sont apparues en Égypte. C'était des horloges à eau. Plus tard, au quatorzième siècle de notre ère, les **sabliers** sont couramment utilisés. Ces appareils mesurent le temps par l'écoulement d'un fluide, eau ou sable. Ils ne permettent pas de déterminer l'heure mais servent à sa conservation durant un temps plus ou moins long.

L'ancêtre du **cadran solaire** est le **gnomon**. Les Anciens attribuent son invention à Anaximandre de Milet, vers l'an 600 avant J.C. Aujourd'hui, on sait que cette invention est beaucoup plus ancienne (1500 av J.-C. en Egypte).

Malgré son foliot, l'horloge mécanique n'était pas un modèle de régularité. Dès 1637, Galilée avait imaginé de coupler le mécanisme d'échappement de l'horloge à un pendule, dont la régularité des battements était bien connue. Quand Galilée eut établi les lois du mouvement du pendule, il entrevit la possibilité d'en faire un régulateur.

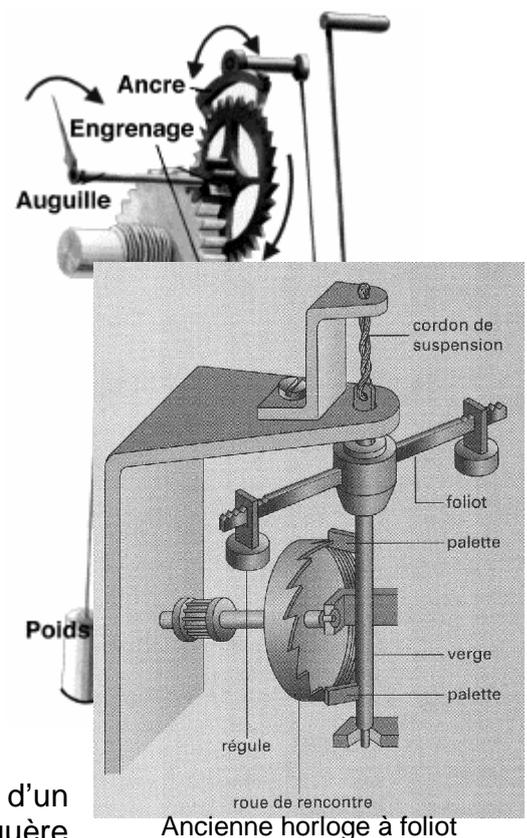
C'est à **Christiaan Huygens** que revient l'honneur d'avoir créé en 1657 la première horloge à pendule pesant et, en 1675, la première montre à résonateur balancier-spiral. La base est le mouvement du pendule.

Les quatre éléments essentiels qui constituent dès son invention l'horloge mécanique sont l'**organe moteur**, le **rouage**, l'**échappement** et le **régulateur**. L'*organe moteur* était à l'origine uniquement un poids mais, dès le **XV<sup>e</sup>** siècle, pour les horloges portatives, il fut remplacé par un ressort, lame d'acier enroulée en spirale, enfermée dans un tambour denté, le barillet; le *rouage*, à roues et pignons dentés, a deux fonctions: distribution de l'énergie à l'échappement et affichage de l'heure par transmission du mouvement aux aiguilles; l'*échappement* fournit l'énergie par impulsions discrètes au *régulateur* chargé d'assurer la constance de la marche.

Très vite, les horloges mécaniques vont être dotées d'un écran et de deux aiguilles pour lire l'heure. Ce n'était guère sorcier : il suffisait d'engrener la roue dentée à un ou deux rouages démultiplicateurs et de fixer des aiguilles sur leurs axes respectifs. Le cadran sera divisé en douze parties égales, héritage des premiers cadrans solaires.

### Le mouvement du pendule

Le mouvement du pendule est dit **harmonique** (pour de petites amplitudes) car le déséquilibre des forces tend à le ramener à sa position d'équilibre et la force de rappel est proportionnelle au déplacement :  $F_r = -kx$



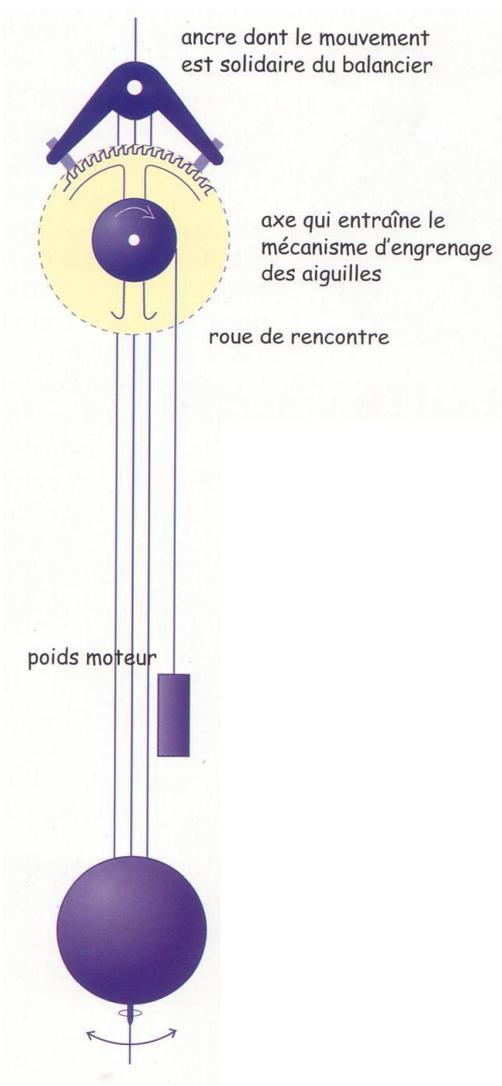
On définit la **période T** du pendule comme le temps nécessaire au pendule pour faire un aller et retour et la **fréquence f = 1/T** comme l'inverse de la période. La période du pendule ne dépend pas de la masse mais uniquement de la longueur L du pendule et de la gravitation g :

$$T = 2\pi (L/g)^{1/2}$$

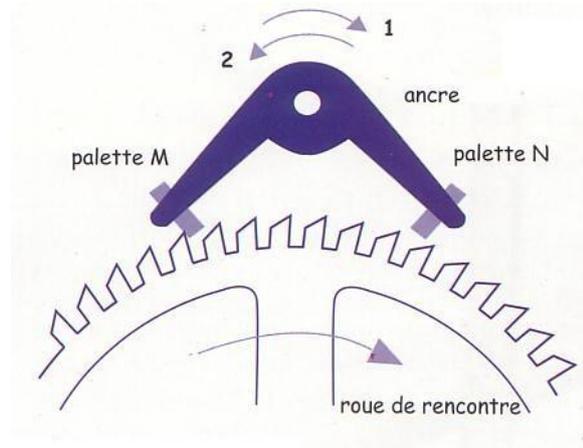
Par exemple, un pendule avec un balancier de L = 65 cm de long aura une période  $T = 2\pi(0.65/9.81)^{1/2} = 1.617$  s pour faire un aller et retour.

Exercices :

- 1) Quelle est la période du pendule de Foucault de 67 m de long ?  
<http://www.iura.ch/lcp/pendule/home.html>
- 2) Déterminer la longueur du pendule qui fait un aller et retour en 1 seconde puis un aller et retour en 2 secondes.
- 3) Quelle est la longueur du pendule qui met 0.4 s pour faire un aller ?



Régulation de la période du pendule grâce à l'ancre

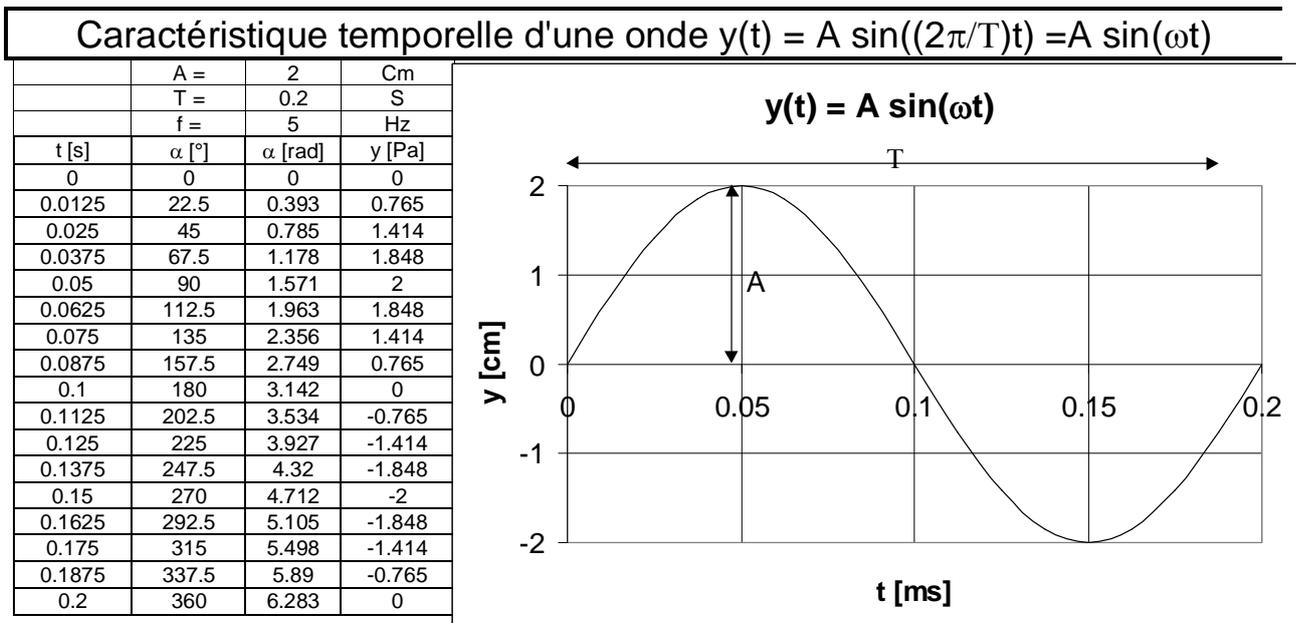


#### 4.1.1. Le mouvement sinusoïdal

Si l'on représente la position x du pendule en fonction du temps t, on obtient une sinusoïde  $x = A \sin \omega t$

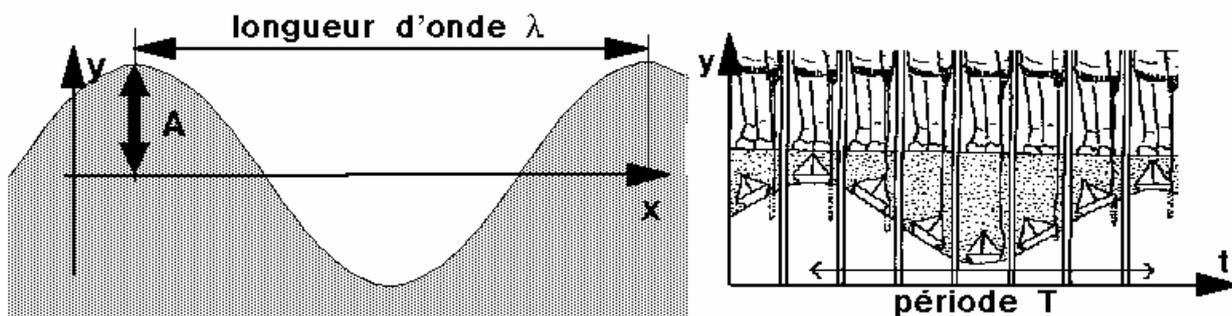
**A** est l'**amplitude** du mouvement, par exemple si le balancier oscille entre +2 cm et -2 cm, l'amplitude A = 2 cm.

$\omega$  est la **vitesse angulaire** ou l'angle en radians par unité de temps  $\omega = 2\pi/T$ . Il n'est pas possible de déterminer le sinus d'un temps t donc on transforme le temps en angle grâce à la vitesse angulaire. Par exemple si la période T = 0.2 s on a  $\omega = 2\pi/0.2 = 10\pi$ .



### 4.2 Notions d'onde et définitions

Une onde est une perturbation qui se propage dans l'espace et le temps.



- Dans la figure de gauche, on prend une photographie de la surface de l'eau à un moment précis et on a une **fonction de l'espace  $y(x)$** .
- Dans la figure de droite, on prend une photographie du même point  $x$  à intervalles de temps réguliers et l'on obtient une **fonction du temps  $y(t)$** .
- L'équation d'onde est une fonction du temps et de l'espace  $y(x,t)$ .

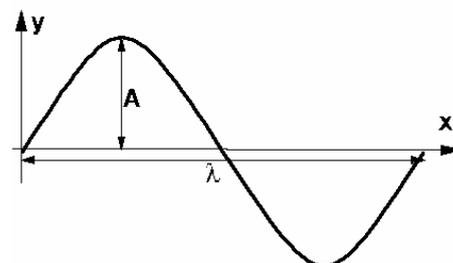
Pour simplifier l'étude des ondes, nous allons prendre une **onde sinusoïdale** et les figures ci-dessus nous permettent de caractériser ses différentes grandeurs :

#### a) Caractéristique spatiale de l'onde

Dans la figure de gauche, on prend une photographie de la surface de l'eau à un moment précis ( $t = 0$ ) et on a une fonction de l'espace  $y(x) = A \sin(2\pi x/\lambda) = A \sin(kx)$  ( $k = 2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde). La **longueur d'onde  $\lambda$  [m]** ou la distance (à un instant donné  $t$ ) entre deux maxima consécutifs de l'onde est sa caractéristique spatiale.

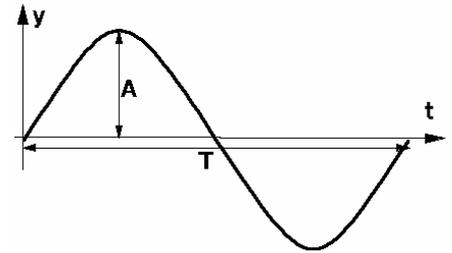
La **longueur d'onde  $\lambda$  [m]** est la distance (à un instant donné  $t$ ) de deux maxima consécutifs de la perturbation. L'équation de la courbe de gauche est :

- **$y(x) = A \sin(2\pi x/\lambda) = A \sin(kx)$**  pour un temps  $t = 0$  fixé par exemple par une photo.  $k = 2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde.



### b) Caractéristiques temporelles de l'onde

Dans celle de droite, on filme un point  $x$  à intervalles de temps réguliers grâce à une caméra et l'on obtient une fonction du temps  $y(t) = A \sin(2\pi t/T) = A \sin(\omega t)$  ( $\omega = 2\pi/T$  est la pulsation ou vitesse angulaire). La **période  $T$**  [s] de l'onde est la durée (en un point  $x$  donné) d'une oscillation complète de la perturbation et la **fréquence  $f$  ou  $\nu$**  de l'onde est le nombre d'oscillations de la perturbation par unité de temps ou inverse de la période (en un point donné).  **$T = 1/f$  et  $f = 1/T$**  Elle se mesure en hertz [Hz] ou [ $s^{-1}$ ] dans le système MKSA.



- **$y(t) = A \sin(2\pi t/T) = A \sin(\omega t)$**  pour une position fixée : on pourrait mesurer ceci grâce à une caméra.  $\omega = 2\pi/T$  est la pulsation ou vitesse angulaire.

### c) Relation entre caractéristiques spatiale et temporelle

La **célérité  $c$  ou  $c_s$**  [m/s] de l'onde est la vitesse de déplacement d'un maximum de la perturbation. On parle plutôt de célérité car il n'y a pas de déplacement de matière. La définition de la célérité nous permet de poser :

$$c_s = \lambda/T = \lambda f$$

L'équation complète de l'onde  $y(x; t) = A \sin(kx - \omega t) = A \sin(2\pi x/\lambda - 2\pi t/T)$ <sup>1</sup>

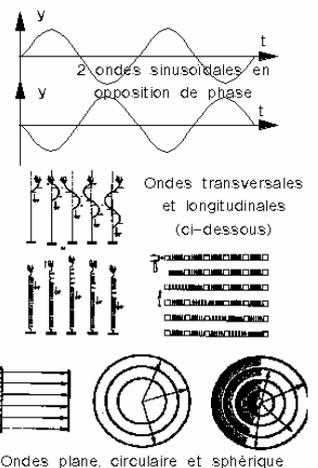
### d) Brève description des ondes

La **différence de phase  $\Delta\phi$**  entre deux ondes de mêmes caractéristiques exprime leur décalage temporel. C'est un angle qui s'exprime en radian.

Deux ondes **en opposition de phase** ont un décalage d'une demi période  $\Delta\phi = \pi$ .

Deux ondes **en phase** ont un décalage d'une période  $\Delta\phi = 2\pi$ .

- Les ondes **transversales (T)** sont caractérisées par une perturbation perpendiculaire à la direction de propagation (ex.: ondes sur une corde) ;
- Les ondes **longitudinales (L)** sont caractérisées par une perturbation parallèle à la direction de propagation (ex.: ondes sonores ou ondes sur un ressort).



Les ondes **progressive et rétrograde** se dirigeant dans les sens positif et négatif.

Les ondes peuvent se propager (A) sur un support matériel ou (B) dans le vide (onde électromagnétique).

- 1) *Onde transversale à une dimension) sur une corde (instrument de musique par exemple)*
  - 2) *Onde transversale à 2 dimensions sur l'eau (cercles concentriques dont le rayon augmente à vitesse constante).*
  - 3) *Onde longitudinale à 3 dimensions acoustique ou de pression (p. ex. instruments à vent (sphères concentriques dont le rayon augmente à vitesse constante). La célérité du son dans l'air est de 331 m/s à 0°C et de 343 m/s à 20°C.*
- (B) *Ondes électromagnétiques voir le chapitre suivant.*

<sup>1</sup> La démonstration de l'équation d'onde sort du cadre de ce cours et l'on ne retiendra que les équations temporelles et spatiales de l'onde.

### 4.2.1 Classification des ondes

Les ondes peuvent se propager sur un support matériel ou dans le vide (ondes électromagnétiques). Elles peuvent avoir 1, 2 ou 3 dimensions.

Ondes à support matériel	Ondes électromagnétiques (T)
Ondes à une dimension	Ondes radio
Sur une corde (T)	Ondes TV
Sur une tige (T - L)	
Sur un ressort (L)	Radars et micro-ondes
Ondes à deux dimensions	
Sur l'eau (T)	Infrarouges IR
Sur une membrane élastique (T)	Lumière visible
Ondes à trois dimensions	Ultraviolets UV
Onde dans un fluide (L)	
Onde sonore (sons)* (L)	Rayons X
Ondes sismiques (T - L)	Rayons $\gamma$

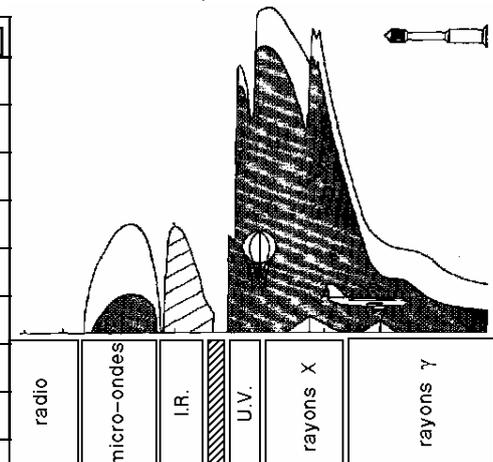
- Les célérités du son dans l'air sont de 331 m/s à 0°C et 343 m/s à 20°C ( $c_s = 331 * (T/273)^{1/2}$ ) ; dans l'eau de 1485 m/s et dans l'acier de 5200 m/s.
- La célérité de la lumière dans le vide est de 300'000 km/s.

### 4.2.2 Les ondes électromagnétiques

La lumière, les ondes radio, TV, micro-ondes, infrarouges, ultraviolettes, ainsi que les rayons X et  $\gamma$  appartiennent à la famille des ondes électromagnétiques. L'onde électromagnétique est formée par deux champs électrique et magnétique. Longtemps, on a hésité entre une description ondulatoire (Huygens) et une description corpusculaire (Newton) de la lumière grâce au photon. Maintenant, on sait que la lumière peut être décrite par une onde ou un corpuscule. Le photon n'a pas de masse ni de charge et se déplace à la vitesse de la lumière ; contrairement au neutrino, il interagit énormément avec la matière et est donc facilement détectable. Le photon a été "inventé" par Einstein en 1905 pour expliquer l'effet photoélectrique et son existence a été mise en évidence par A. H. Compton en 1923.

Les ondes électromagnétiques sont semblables par leurs caractéristiques à la lumière. Par énergie ou fréquence croissante (longueur d'onde décroissante), on observe :

Type d'onde	Fréquence [Hz]	Longueur d'onde [m]
ondes radio	$10^4 - 10^8$	$10^4 - 10$
ondes radar	$10^8 - 10^{11}$	$10 - 10^{-2}$
micro-ondes	$10^{11} - 10^{12}$	$10^{-2} - 10^{-3}$
infrarouges (IR)	$10^{12} - 10^{14}$	$10^{-3} - 10^{-6}$
lumière visible	$10^{15}$	$5 * 10^{-6}$
ultraviolets (UV)	$10^{16}$	$10^{-7}$
rayons X	$10^{16} - 10^{19}$	$10^{-8} - 10^{-12}$
rayons $\gamma$	$10^{20} - 10^{23}$	$10^{-12} - 10^{-15}$



La terre est protégée des rayonnements cosmiques (du Soleil et des autres étoiles) par son atmosphère. L'atmosphère est une des conditions nécessaires à la vie.

Elle limite aussi les écarts de température entre le jour et la nuit. Le schéma ci-contre montre qu'elle ne laisse passer que les ondes radio et la lumière visible. Tous les autres rayonnements nocifs ne peuvent pas passer à travers l'atmosphère.

Pour la lumière, on observe, par énergie ou fréquence croissante c'est-à-dire longueur d'onde  $\lambda$  décroissante en  $\text{\AA}^2$  :

Couleur	Longueur d'onde $\lambda$ [ $\text{\AA}$ ]	Couleur	Longueur d'onde $\lambda$ [ $\text{\AA}$ ]
rouge	7500 - 6100	orange	6100 - 5900
jaune	5900 - 5700	vert	5700 - 5000
bleu	5000 - 4500	violet	4500 - 3800

La fréquence  $f$  est reliée à

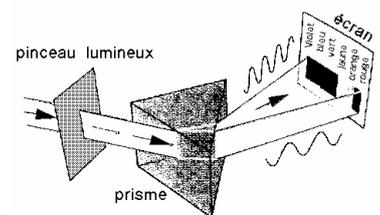
la longueur d'onde  $\lambda$  par la vitesse de la lumière  $c = 300'000 \text{ km/s}$  :  $c = \lambda * f = \lambda / T$  (= distance / temps).

Pour l'énergie  $W$  du photon et la dualité onde corpuscule, voir le chapitre suivant physique moderne.

## 4.3 Réflexion de la lumière

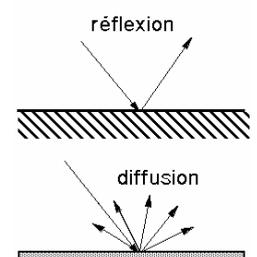
### 4.3.1 Lumière blanche et lumière colorée.

On peut montrer par une expérience simple (grâce à un prisme ou un réseau) que la lumière blanche peut être décomposée en un "**spectre**" de différentes couleurs. La lumière blanche est donc la superposition des couleurs rouge, orange, jaune, vert, bleu et violette. Avec le disque de Newton (sur lequel sont imprimées ces différentes couleurs et qui tourne à grande vitesse), on peut montrer que la superposition de ces couleurs donne du blanc. Cette expérience est basée sur la persistance rétinienne (la transmission de l'information de l'œil au cerveau n'est pas assez rapide pour que ce dernier puisse séparer les différentes couleurs).



### 4.3.2 Corps lumineux par diffusion de la lumière

Un objet lumineux diffuse de la lumière dans toutes les directions de l'espace. La plupart des objets qui nous entourent ne sont pas lumineux par eux même et le deviennent que si nous les éclairons. Par exemple, de nuit, nous ne voyons pas les objets qui nous entourent à moins de les éclairer. Il faut bien faire la différence entre la **diffusion** et la **réflexion** de la lumière : contrairement à la diffusion, la réflexion ne se fait que dans une direction de l'espace.



Un objet de couleur blanche diffuse toutes les couleurs du spectre et un noir aucune. Un objet bleu, par exemple, reçoit de la lumière blanche et réémet du bleu en absorbant toutes les autres couleurs.

On appellera **source lumineuse secondaire**, celui qui diffuse la lumière mais n'est pas intrinsèquement lumineux. Les véritables sources de lumière seront **appelées sources lumineuses primaires**.

Un corps est **opaque** (métaux, pierre, bois...) s'il ne laisse pas passer la lumière (il peut la faire diffuser s'il n'est pas noir) ; Il est **transparent** (air, verre, eau en couche mince...) s'il la laisse passer et **translucide** (verre dépoli, papier huilé...) s'il la laisse passer en la diffusant.

<sup>2</sup> 1  $\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$  angström

### 4.3.3 Principe de propagation de la lumière

La lumière se propage en ligne droite et, selon le principe de Fermat, elle joint deux points en un temps minimum. Pour mieux pouvoir étudier sa propagation on utilisera le modèle suivant :

- \* **Source (lumineuse) ponctuelle** : point qui émet de la lumière. C'est un modèle que nous rencontrons rarement ou jamais dans notre entourage.
- \* **Source (lumineuse) diffuse** : tous les corps réels qui émettent de la lumière : Soleil, ampoules... Ils sont composés d'un grand nombre de points lumineux.
- \* **Rayon lumineux** : Lignes droites selon lesquelles se propage la lumière. Comme la source ponctuelle, il ne s'agit que d'un modèle.
- \* **Faisceau lumineux** : Il s'agit d'une bande (coupe dans un plan), d'un cylindre (parallèle) ou d'un cône (divergent ou convergent). Il est délimité par 2 rayons.
- \* **Ombre et pénombre** : Un objet est dans l'ombre si aucun rayon (lumineux) y arrive et dans la pénombre si seulement une partie y arrive.

### 4.3.4 Histoire de la réflexion

*La formation de l'image des objets dans le miroir naturel constitué par la surface des eaux tranquilles a dû retenir très tôt l'attention de l'homme. Et l'observation de sa propre image dans l'eau est chose assez troublante pour qu'il ait tenté de très bonne heure la confection des miroirs.*

*Les premiers, qui remontent à plusieurs siècles avant Jésus-Christ, étaient de fines plaques métalliques d'argent, de bronze, d'étain ou d'or convenablement polies.*

*Vers le milieu du XIII<sup>e</sup> siècle, apparut le miroir formé d'une plaque de verre recouverte de plomb sur une face. Le plomb a été remplacé par l'amalgame d'étain qui peut se fixer sur le verre à température ordinaire.*

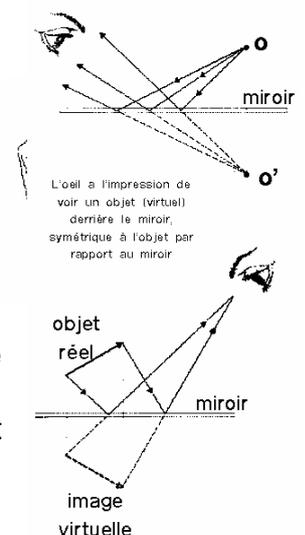
*L'interprétation théorique de la réflexion semble due à **Euclide** (père de la géométrie, mort vers 285 av. J.-C.) qui a découvert l'égalité des angles d'incidence et de réflexion. 500 ans plus tard, Héron donna une démonstration du fait découvert par Euclide en se basant sur le principe du temps minimum mis de la source à l'observateur.*

*Au XVII<sup>e</sup> siècle, **Fermat** donnera l'énoncé d'un principe analogue s'appliquant aux phénomènes de réflexion et de réfraction. On parle maintenant du **principe du moindre temps** ou du **principe de Fermat**.*

### 4.3.5 Principe de base et image virtuelle par un miroir

Lorsque la lumière atteint une surface polie, une partie importante de celle-ci est renvoyée dans une direction particulière. On appelle le phénomène réflexion et la surface polie miroir. On recouvre généralement la surface métallique polie d'une plaque de verre pour qu'elle soit protégée de l'air ambiant et ne s'oxyde pas.

Lorsque l'on se regarde dans un miroir, on a l'impression de voir une autre personne située exactement à la même distance derrière le miroir. On l'appelle image virtuelle car elle n'existe pas. Le miroir agit comme un axe de symétrie et l'objet est parfaitement symétrique à l'image virtuelle.

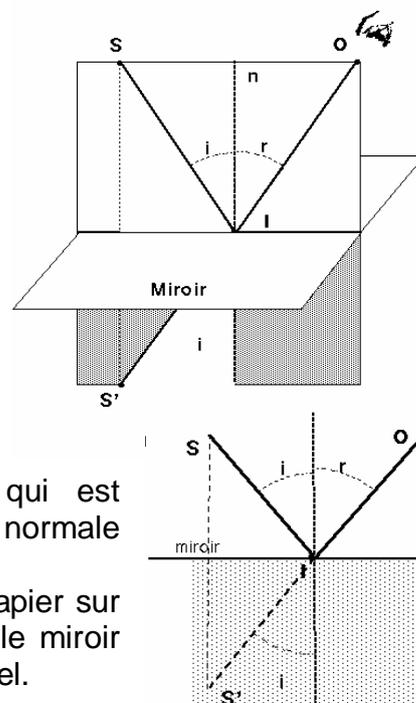


### 4.3.6 Définitions et lois de la réflexion

On définit un **rayon incident** SI, un **point d'incidence** I et un **rayon réfléchi** IO. Le rayon incident va de la source au point d'incidence I et le rayon réfléchi va de l'image (virtuelle) S' à l'observateur O en passant par le point d'incidence I. La lumière se propageant en ligne droite par le plus court chemin, les points S', I et O sont alignés.

On définit aussi la **normale** n qui est une droite perpendiculaire au miroir passant par le point d'incidence I.

Entre la normale et les rayons incident et réfléchi (du côté réel du miroir), on définit les **angles d'incidence** i et de **réflexion** r.



a) Le rayon incident SI, la normale n et le rayon réfléchi IO sont **dans un même plan** (perpendiculaire au miroir) que l'on appellera plan de travail.

En effet, la source doit être symétrique à l'image par rapport au miroir. La droite SS' doit donc être perpendiculaire au miroir. Les rayons semblent provenir du point S' ; comme la lumière se propage en ligne droite, le point I appartient à la droite S'O (O = observateur). Les trois points S, I et S' appartiennent au plan de travail qui est perpendiculaire au miroir comme il contient une droite (SS') normale à ce dernier.

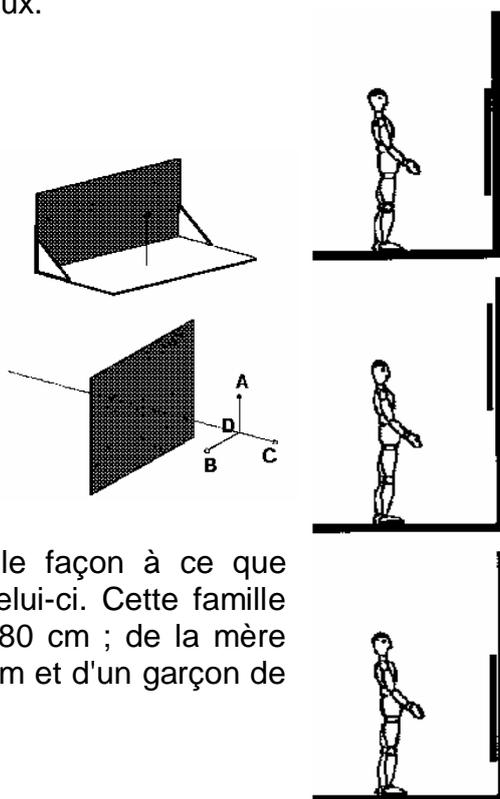
Le plan de travail est habituellement celui de la feuille de papier sur laquelle on représente le trajet des rayons. Dans ce plan, le miroir est représenté par une ligne avec des hachures du côté virtuel.

b) Les angles d'incidence i et de réflexion r sont égaux :  $i = r$

Par symétrie (miroir) les angles i et i' sont égaux et les angles i' et r sont opposés par le sommet donc égaux. Donc les angles i et r sont égaux.

### Exercices sur la réflexion

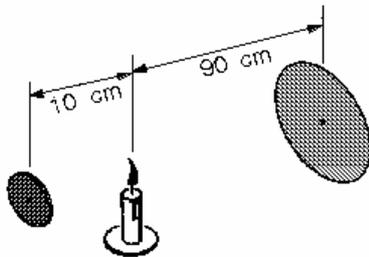
- 1) Dessiner l'image de l'épingle dans le miroir.
- 2) Dessiner l'image de l'objet ABCD dans le miroir.
- 3) Sur les trois schémas ci-dessous, une personne se regarde dans un miroir. Dire dans les trois cas a), b) et c) si elle voit :  
 1) le haut de sa tête                      2) ses pieds.
- 4) Une famille désire acheter un miroir de telle façon à ce que chaque membre se voie entièrement dans celui-ci. Cette famille est composée du père dont la taille est de 180 cm ; de la mère dont la taille vaut 176 cm ; d'une fille de 160 cm et d'un garçon de 140 cm.



On admet que les yeux de chaque membre de la famille sont situés 12 cm au-dessous du sommet de leur tête.

- A quelle hauteur (par rapport au sol) faut-il placer le bord inférieur de ce miroir ?
- A quelle hauteur faut-il placer le bord supérieur de ce miroir ?
- Quelle est la dimension (verticale) minimale de ce miroir ?

- 5) Une bougie est située à 10 cm d'un miroir de forme circulaire de 2.5 cm de rayon. La flamme est sur l'axe de symétrie du miroir, le plan du mur et le miroir sont parallèles.

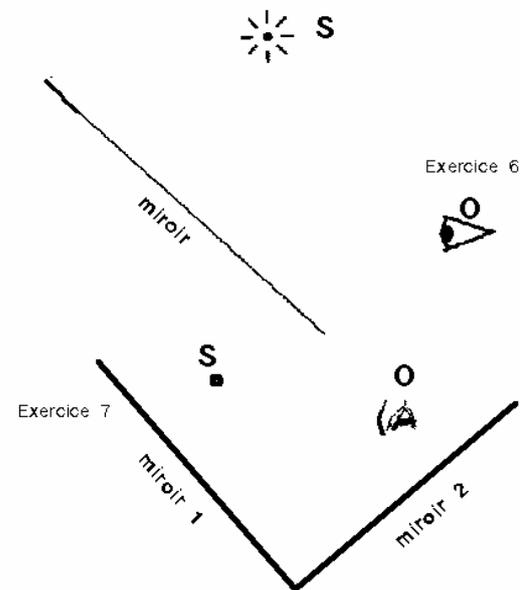


Quel est le diamètre de la tache lumineuse projetée, après réflexion, sur un mur situé à 90 cm de la bougie ?

- 6) Tracer le rayon lumineux issu de la source S qui pénètre dans l'œil O après avoir subi une réflexion sur le miroir.

sur le miroir.

Montrer que le trajet de ce rayon est plus court que tout autre chemin allant de S à O en passant par le miroir.



- 7) Construire le trajet de la lumière partant de la source S et subissant des réflexions dans les miroirs 1 puis 2 pour parvenir à l'observateur O.

- 8) On place une source lumineuse S entre deux miroirs plans parallèles.
- Combien y a-t-il d'images ?
  - Peut-on toutes les observer ? Justifier.

## 4.4 La réfraction de la lumière

### 4.4.1 Histoire de la réfraction

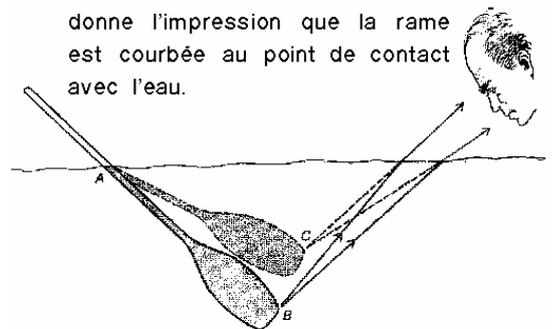
Les premiers hommes ont observé le phénomène de réfraction ne serait-ce qu'en regardant un simple bâton plongé dans l'eau.

**Ptolémée**, un célèbre astronome grec qui vivait au deuxième siècle après Jésus-Christ, examina successivement la réfraction de l'air dans l'eau, de l'air dans le verre et de l'eau dans le verre. L'étude du passage de la lumière d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent (eau dans air ou verre dans air) le conduisit aussi à la notion d'angle limite. Il n'en déduisit pas de loi mathématique mais ses résultats expérimentaux furent utilisés par la suite.

**Kepler** vérifia au XVII<sup>e</sup> siècle que la loi  $i/r = \text{cste}$  appelée par la suite formule de Kepler n'était valable que pour les petits angles ( $<10^\circ$ ).

C'est le mathématicien hollandais **Snellius** qui, le premier exprima correctement la loi de la réfraction mais il tarda à faire connaître ses résultats et **Descartes** proposa la fameuse loi des

La réfraction de la lumière donne l'impression que la rame est courbée au point de contact avec l'eau.



sinus qu'il exposa dans le second discours de la dioptrique paru en 1637. (Si l'on songe que les tables de sinus étaient connues du temps de Ptolémée, on peut être surpris que la loi de la réfraction ait été si tardivement exposée !) Descartes essaya d'interpréter sa loi de façon mécaniste en comparant le rayon à une balle rencontrant une toile plus ou moins tendue. Cette comparaison (toute gratuite) amena Descartes à admettre que la vitesse de la lumière était plus grande dans l'eau que dans l'air.

Et c'est en 1850 que **Foucault** établit, dans une expérience demeurée célèbre, l'inexactitude de l'hypothèse de Descartes. La formule de la réfraction qui, elle, est indépendante de toute théorie, conservait, il est vrai, son entière valeur.

On citera pour terminer une phrase empruntée à la Dioptrique de Descartes : "L'histoire des erreurs de l'esprit humain n'est-elle pas souvent aussi instructive que celle de ses conquêtes ? On s'attachera à bien voir la nature des hypothèses et l'arbitraire de certaines d'entre elles..."

### 4.4.2 Phénomène et définitions

Lorsqu'un rayon lumineux atteint la surface qui sépare deux milieux transparents, une partie est réfléchiée comme sur un miroir et une partie réfractée c'est-à-dire qu'elle entre dans le milieu en subissant un **changement de direction**. Ce changement de direction est dû au changement de la vitesse de la lumière dans le second milieu et au fait que la lumière met un temps minimum pour aller du point A au point B. Il s'agit du principe du moindre temps, par exemple, dans un milieu homogène, la lumière se propage en ligne droite. On remarque que la vitesse de la lumière  $c$  est maximale dans le vide sa valeur est d'environ :

$$c = 300\,000 \text{ km/s ou } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

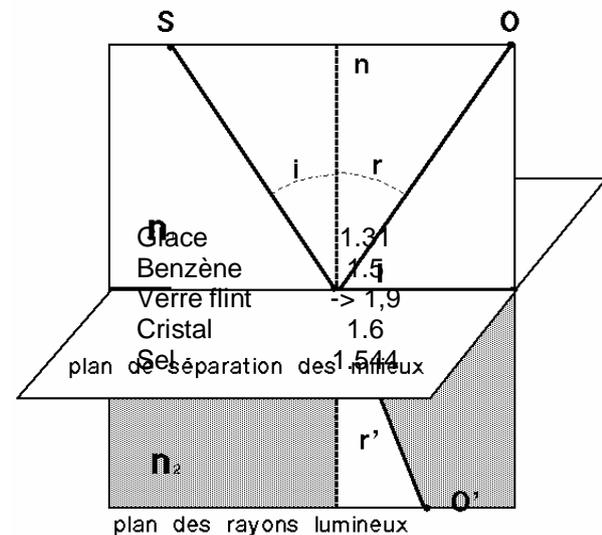
- \* **L'indice de réfraction  $n$**  est le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide et de celle dans le milieu ; sa valeur est donc supérieure ou égale à 1 car la vitesse de la lumière dans le vide est supérieure à celle dans un milieu quelconque. On le désigne par la lettre  $n$  :

$$n = c/v > 1$$

Quelques indices de réfraction  $n$  :

Air	1	Eau	1.33
Glycérine	1.47	Alcool	1.36
Huile de cèdre	1.52	Acétone	1.36
Verre	1.5	Plexiglas	1.49
Quartz	1.54	Diamant	2.42

Quelques indices de réfraction sont donnés dans formulaires et tables. L'indice de réfraction change avec la couleur de la lumière ; pour l'eau par exemple : rouge : 1.329, jaune : 1,333, vert : 1,337, bleu : 1,34 et violet 1.344.



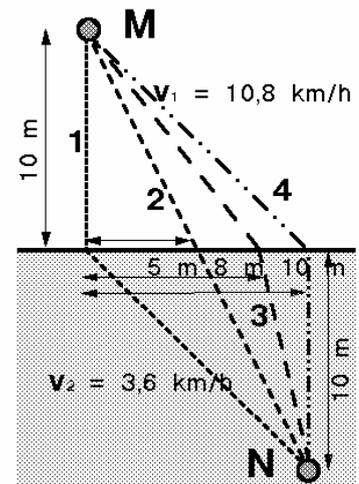
- \* En plus des angles d'incidence  $i$  et de réflexion  $r$ , on définit un **angle de réfraction  $r'$**  entre la normale et le rayon réfracté.

On constate que les rayons incident, réfléchi et réfracté ainsi que la normale sont dans le même plan. On dessinera donc sur notre feuille la trace de ces rayons dans ce plan.

### 4.4.3 Analogie au phénomène de réfraction.

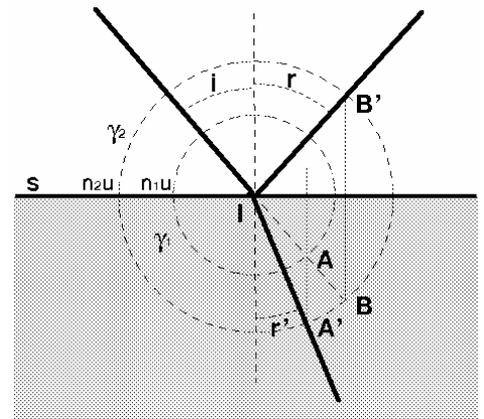
Un maître nageur M se trouve sur une plage à 10 mètres du rivage. A 10 mètres du rivage dans l'eau et à 10 mètres à sa gauche, une personne N est en train de se noyer. Sachant qu'il court à 10.8 km/h et nage à 3.6 km/h, quel est le trajet où le temps de parcours est minimum ?

On vérifiera dans l'exercice 1 que c'est le trajet 3 qui prend le moins de temps pour aller sauver la personne. De même, la lumière "choisit" un trajet qui prend le minimum de temps pour relier un point M à un point N.



### 4.4.4 Construction du rayon réfracté (Descartes)

- \* Tracer la tangente  $s$  à la séparation des milieux au point d'incidence  $I$ .
- \* Tracer deux cercles  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  de centre  $I$  et de rayons  $n_1u$  et  $n_2u$  où  $u$  est une unité quelconque.
- \* Prolonger le rayon incident, il coupe en  $A$  le cercle de rayon  $n_1u$ .
- \* Abaisser la perpendiculaire  $p$  de  $A$  à la tangente  $s$  à la séparation des milieux. Elle coupe le cercle de rayon  $n_2u$  au point  $B$  et le cercle de rayon  $n_1u$  en un deuxième point  $A'$ .
- \*  $IA'$  est le rayon réfracté et  $IB'$  le rayon réfléchi.



### 4.4.5 Loi de Snellius - Descartes

Soit un rayon qui passe d'un milieu 1 (d'indice de réfraction  $n_1$ ) à un milieu 2 (d'indice  $n_2$ ) :

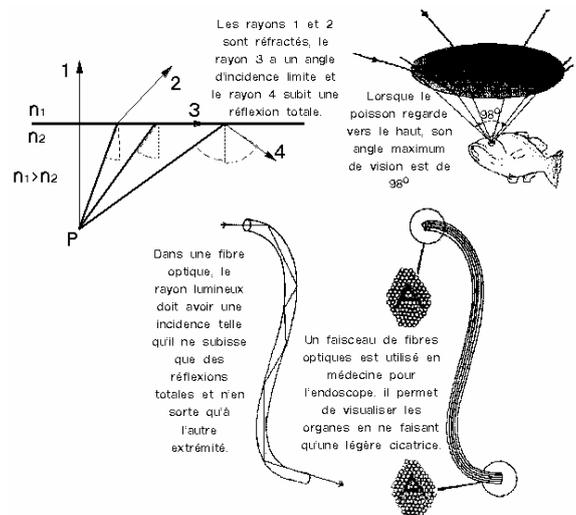
$$n_1 \sin i = n_2 \sin r'$$

Où  $i$  et  $r'$  sont les angles d'incidence et de réfraction respectivement par rapport à la normale à la ligne de séparation des milieux.

Si l'on passe dans un milieu plus réfringent, l'angle de réfraction  $r'$  est plus petit que l'angle d'incidence  $i$  et si l'on passe dans un milieu moins réfringent, l'angle de réfraction  $r'$  est plus grand que l'angle d'incidence  $i$ .

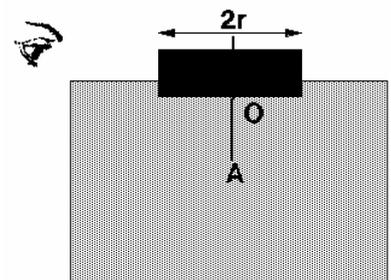
### 4.4.6 Angle limite, réflexion totale

Si l'on passe dans un milieu moins réfringent, il arrive un moment où l'angle de réfraction  $r'$  est égal à  $90^\circ$ . Dans ce cas, on appelle l'angle d'incidence angle limite de réfraction  $\lambda$ . Au-delà de cet angle  $\lambda$ , il ne peut plus y avoir de réfraction et il n'y a que de la réflexion dite réflexion totale. Ce principe de réflexion totale est utilisé dans les fibres optiques où, si l'angle d'incidence est suffisamment grand, la lumière ne sortira de la fibre qu'au bout de celle-ci.



## Exercices sur la réfraction de la lumière

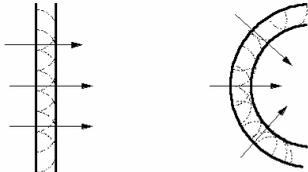
- 1) Problème du maître nageur donné au point 4.3.3 du cours :
  - a) Mesurer les angles et vérifier s'ils vérifient la loi de Snellius-Descartes.
  - b) Calculer le temps mis pour secourir la victime pour les trajets 1, 2, 3 et 4 et vérifier que le trajet 3 satisfait au principe du temps de trajet le plus court.
- 2)
  - a) La vitesse de propagation de la lumière dans l'eau est de 225'000 km/s. Quel est l'indice de réfraction de l'eau ?
  - b) L'indice de réfraction du plexiglas est de 1.5. Quelle est la vitesse de propagation de la lumière dans le plexiglas ?
- 3)
  - a) Un rayon lumineux peut se propager selon une courbe. Expliquer ce phénomène.
  - b) Expliquer pourquoi, lorsqu'il fait très chaud, on a l'impression que la route (noire) brille. Ce phénomène s'appelle un mirage.
- 4) Lorsque vous plongez un crayon dans un verre d'eau, le crayon semble coudé ; pourquoi ?
- 5) Lorsque nous observons des poissons dans un aquarium, ils nous paraissent légèrement plus gros qu'en réalité. Expliquer pourquoi en faisant un schéma des rayons lumineux.
- 6) Calculer l'angle incident limite pour un rayon lumineux qui passe :
  - a) d'un verre cristal dans l'eau.
  - b) de l'eau dans l'air.
  - c) de l'air dans le verre.
- 7) On fait flotter sur l'eau un bouchon (de forme cylindrique) et de rayon  $r = 25$  mm. Une aiguille, d'extrémité A est enfoncée par le centre O de ce disque. On désire que la tête A de cette aiguille ne puisse être vue quelle que soit la position de l'œil au-dessus de la surface de l'eau.  
Faire un schéma des rayons pour calculer la longueur maximale de la partie immergée OA.



- 8) Compléter le tableau en appliquant la loi de Snell Descartes de la réfraction.

	$n_1$	angle $i$ [°]	$N_2$	angle $r$ [°]
Exemple	1	30	1.33	22.1
Exercice 1	1	50	1.5	
Exercice 2	1.5		1	74.6
Exercice 3	1.5	50		28.3
Exercice 4	1.6	60	1.33	
Exercice 5		41.8	1	88.9

### 4.5 Principe de Huygens et effet Doppler

- **Front d'onde** : C'est la ligne ou la surface de tous les points qui sont, à un instant t donné, dans le même état vibratoire. Le **rayon** est la droite perpendiculaire au front d'onde. Il est dans la direction de propagation de l'onde.
- **Principe de Huygens** : Tout point d'un front d'onde est le lieu de réémission d'une ondelette circulaire ou sphérique. L'enveloppe des ondelettes émises par un front d'onde est un nouveau front d'onde. 
- **Réflexion** : Comme la lumière (qui est une onde électromagnétique), les ondes subissent des réflexions lorsqu'elles croisent un obstacle.
- **Réfraction** : De même, lorsqu'une onde change de milieu, la vitesse de propagation change ainsi que sa direction. Cette propriété est bien connue pour la lumière. **L'indice de réfraction** est le rapport des célérités initiale et finale.

#### 4.5.1 Effet Doppler : La vitesse de la source est inférieure à la célérité. ( $v < c$ )

Lorsque nous sommes sur le trottoir et qu'une ambulance nous dépasse, nous percevons un son différent avant et après son passage. Le son avant que l'ambulance nous ait dépassé paraît plus aigu.

Avec la figure ci-contre, on peut montrer que la longueur d'onde avant est plus courte que la longueur d'onde après (fonds d'onde tassés).

En effet, la source avance à la vitesse  $v$  et parcourt chaque période  $T$  une distance  $vT$  alors que le son parcourt chaque période une distance  $cT$ .

- A l'avant, la source rattrape le son qu'elle émet et sa longueur d'onde devient :
- $\lambda_{av} = (c-v)T$

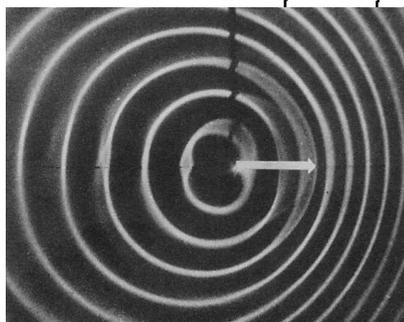
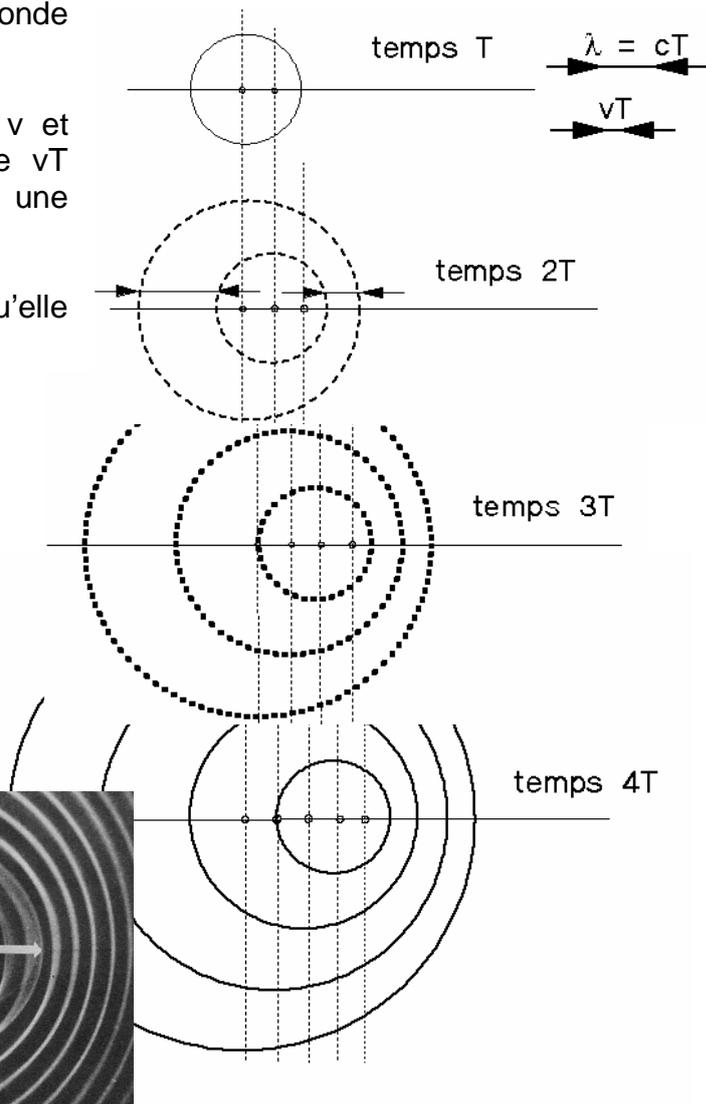
donc sa fréquence sera :

$$f_{av} = c/\lambda_{av} = f (c/(c-v)).$$

- A l'arrière, la source distance le son qu'elle émet et sa longueur d'onde devient :
- $\lambda_{ar} = (c+v)T$

donc sa fréquence sera :

$$f_{ar} = c/\lambda_{ar} = f (c/(c+v)).$$



4.5.2 Onde de choc lorsque la vitesse de la source est égale à la célérité.

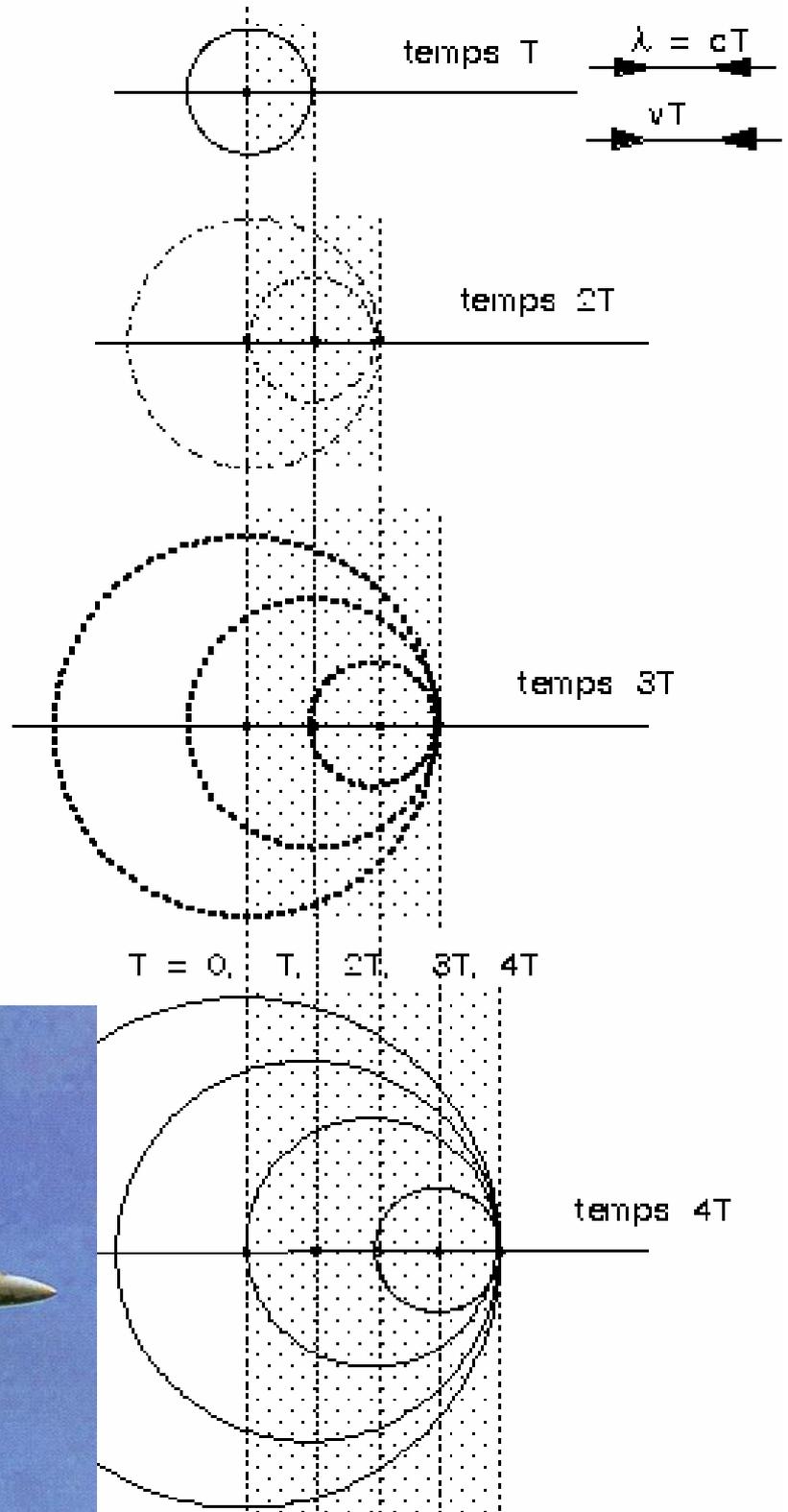
Lorsque un avion passe le mur du son (en émettant un son), il y a tassement des fronts d'onde car la vitesse de la source est égale celle du son. Près de la source, il y aura donc une amplitude de l'onde extrêmement grande qui peut faire exploser les vitres si l'avion passe le mur du son près d'une localité.

On appelle ce phénomène **onde de choc**.

L'image ci-dessous montre le passage du mur du son le 7 juillet 1999, au dessus du Pacifique.

La pression engendrée par les ondes sonores a fait condenser l'humidité qui monte de l'océan en un nuage à l'endroit de la compression maximale des fronts d'onde.

On distingue une deuxième onde de choc car il y a un petit émetteur sonore à l'avant de l'appareil (sonde de Pitot).



4.5.3 Cône de Mach lorsque la vitesse de la source est supérieure à la célérité.

Lorsqu'un émetteur va plus vite que le son, il dépasse les ondes qu'il émet et il traîne derrière lui un cône d'ondes appelé **cône de Mach**.

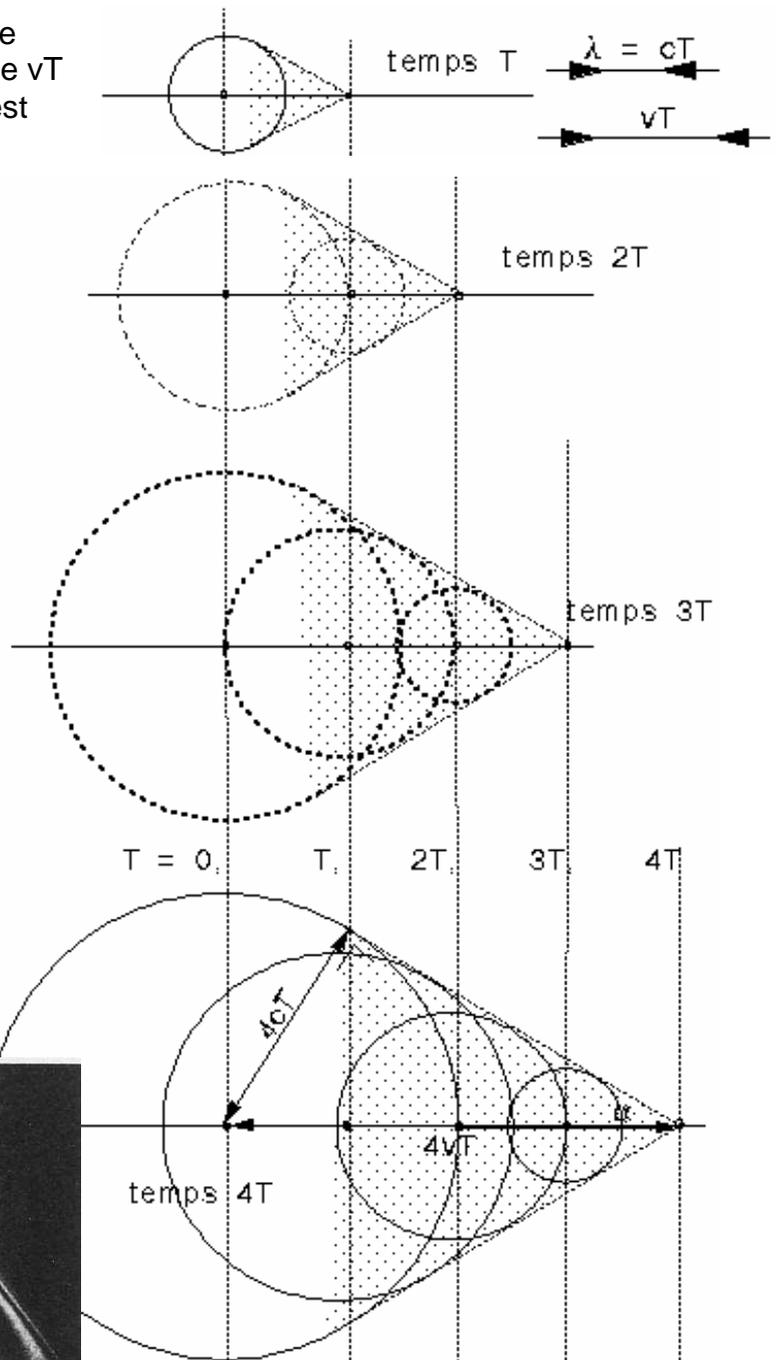
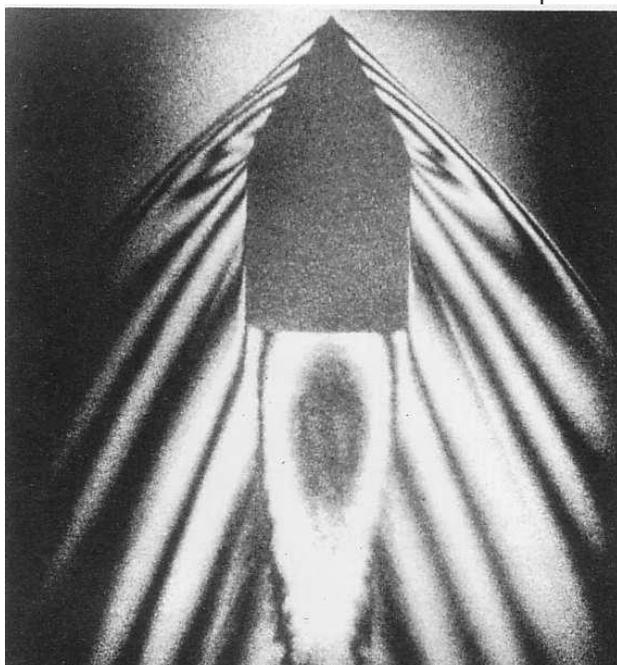
Sur la figure du haut on peut construire deux triangles rectangles d'hypoténuse  $vT$  et de cathète opposé  $ct$  donc l'angle est défini par  $\sin \alpha = cT/vT \Rightarrow \sin \alpha = c/v$

La figure au temps  $2T$  montre deux triangles rectangles d'hypoténuse  $2vT$  et de cathète opposé  $2ct$  donc l'angle est défini par  $\sin \alpha = 2cT/2vT \Rightarrow \sin \alpha = c/v$ .

On peut faire le même raisonnement avec les deux autres figures ( $n = 3$  ou  $4$ ) et l'on trouve :

Angle du cône de Mach :  $\sin \alpha = ncT/nvT \Rightarrow \boxed{\sin \alpha = c/v}$

La photo ci dessous permet de visualiser le cône de Mach autour d'une balle de fusil :



Exercices effet Doppler et cône de Mach

- 1) Un avion vole à Mach 0.3 (c'est-à-dire, 0.3 fois la célérité du son) et passe très près d'un observateur en émettant une fréquence  $f = 1500$  Hz. Déterminer les fréquences  $f'$  et  $f''$  que l'observateur perçoit avant et après le passage de l'avion.
- 2) Un sifflet ayant une fréquence de 540 Hz décrit un cercle de rayon  $R = 60$  cm, à une vitesse angulaire  $\omega = 15$  rad/s. Quelles sont les fréquences  $f_1$  (plus basse) et  $f_2$  (plus élevée), perçues par une personne très éloignée se trouvant au repos ?
- 3) Une ambulance passe devant une personne à la vitesse de 90 km/h en émettant une fréquence de 1200 Hz. Déterminer les fréquences  $f'$  et  $f''$  perçues par la personne avant et après le passage de l'ambulance.
- 4) Lorsque le micro est devant une source mobile, on mesure une fréquence  $f_{av} = 1000$  Hz. Lorsque la source est au repos, la fréquence est de  $f = 1000$  Hz.
  - a) Calculer la fréquence  $f_{ar}$  perçue lorsque la source s'éloigne.
  - b) Calculer la vitesse  $v$  de la source.
- 5) Une source sonore mobile se déplaçant selon un MRU à la vitesse  $v$  émet une fréquence  $f$ . Un micro fixe permet de mesurer des fréquences  $f_{av} = 1200$  Hz et  $f_{ar} = 700$  Hz à l'avant et à l'arrière de la source.
  - a) Déterminer la longueur d'onde  $\lambda$  et la fréquence  $f$  de la source sonore.
  - b) Déterminer la vitesse  $v$  de la source.
- 6) Lorsque le micro est derrière une source mobile, on mesure une fréquence  $f_{ar} = 400$  Hz. Lorsque la source est au repos, la fréquence est de  $f = 440$  Hz.
  - a) Calculer la fréquence  $f_{av}$  perçue lorsque la source se rapproche du micro.
  - b) Calculer la vitesse  $v$  de la source.
- 7) Une balle est tirée à une vitesse de 600 m/s. Quel est l'angle  $\alpha$  formé par l'onde de choc avec le mouvement de la balle ?
- 8) On mesure derrière un bateau, un cône de Mach de  $30^\circ$  (axe - directrice). La vitesse du bateau est de 6 nœuds (1 nœud = 1852 m/h).
  - a) Quelle est la célérité des vagues sur l'eau ?
  - b) Quelle est l'angle du cône de Mach formé à la vitesse de 8 nœuds ?
- 9) Un avion à réaction vole à une altitude de 5000 m et à une vitesse de Mach 1,5.
  - a) Quel est l'angle  $\alpha$  formé par l'onde de choc avec la direction du mouvement de l'avion.
  - b) Après combien de temps, depuis le survol de l'avion, le cône d'onde de choc atteindra l'observateur situé au niveau de la mer ?

*Dans ce chapitre sur l'effet Doppler, nous n'avons pas traité les cas où l'observateur se déplace. Dans ce cas, tout se passe comme si la célérité du son pour l'observateur mobile change : elle augmente :  $c' = c+v$  si l'observateur se rapproche de la source et elle diminue  $c' = c-v$  s'il s'en éloigne. C'est un problème de vitesses relatives.*

## 4.6 Exemples d'interférence : onde stationnaire et battement

Le phénomène d'interférence se produit lorsque des ondes de même nature - acoustiques, lumineuses, mécaniques et de fréquences égales ou voisines se superposent (s'additionnent) lors de leur propagation dans l'espace. En d'autres termes, une interférence est la somme algébrique de deux ondes.

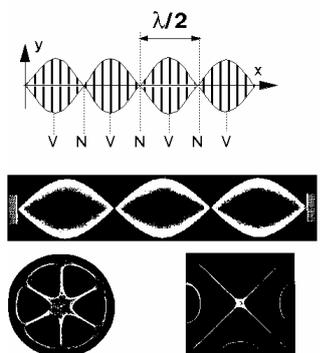
- On observe une **interférence constructive** lorsque les ondes sont en phase, c'est-à-dire lorsque leurs amplitudes maximales coïncident
- On observe une **interférence destructive** lorsque les ondes sont en opposition de phase, c'est-à-dire lorsque le maximum d'une onde correspond avec le minimum de l'autre.

Nous étudierons les 2 exemples suivants et développerons principalement les ondes stationnaires dans les instruments de musique.

### 4.6.1 Onde stationnaire

Elle est due à la superposition de deux ondes sinusoïdales de mêmes caractéristiques mais se propageant en sens contraire (une progressive et une rétrograde). La deuxième onde est obtenue par réflexion de la première sur un obstacle. La résultante de ces deux ondes est immobile. Cette onde est appelée **stationnaire** par opposition à une onde progressive ou une rétrograde.

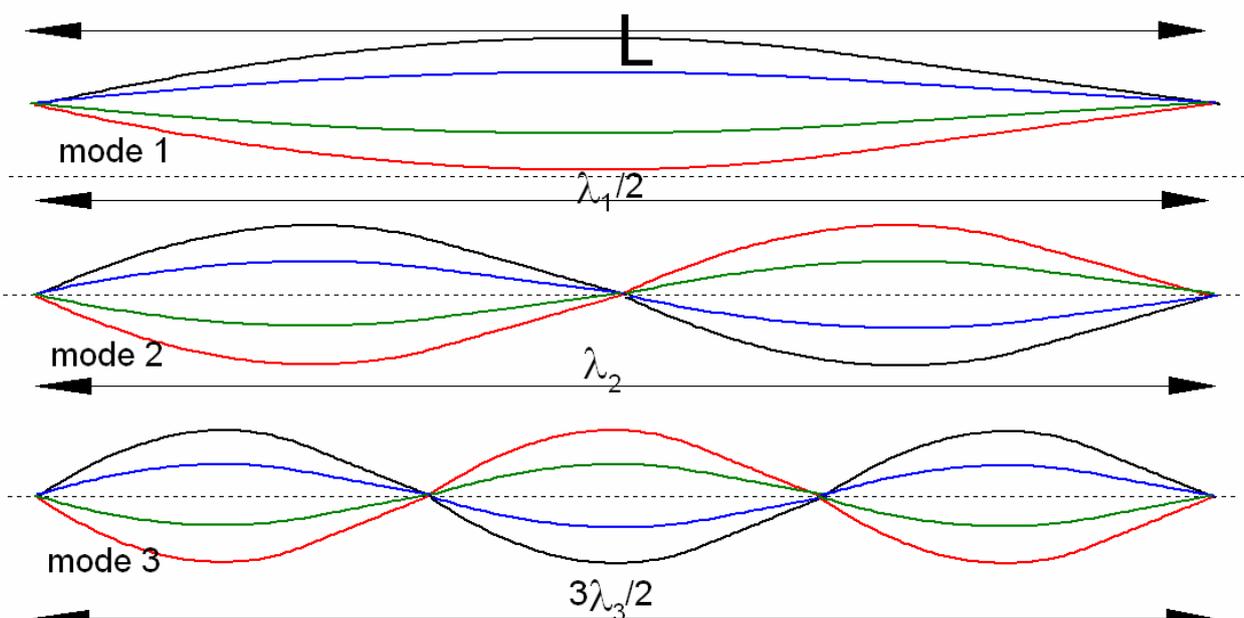
- A certains endroits appelés **noeuds**, l'amplitude est nulle.
- A d'autres appelés **ventres**, l'amplitude est maximale.
- Les noeuds et les ventres sont séparés d'une demi-longueur d'onde  $\lambda/2$ .



Dans un milieu à deux ou trois dimensions, on définira les lignes ou surfaces nodales.

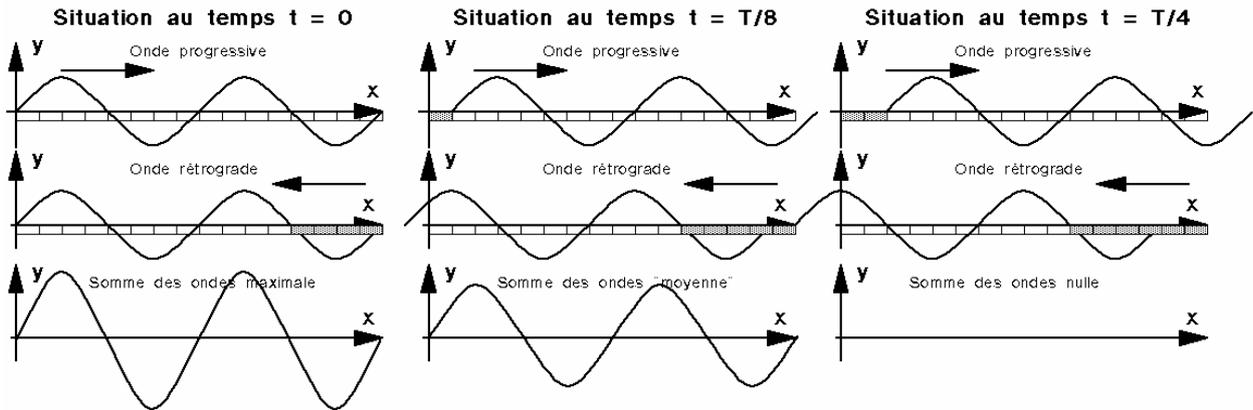
En additionnant les ondes progressive et rétrograde, on obtient mathématiquement :

$$A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

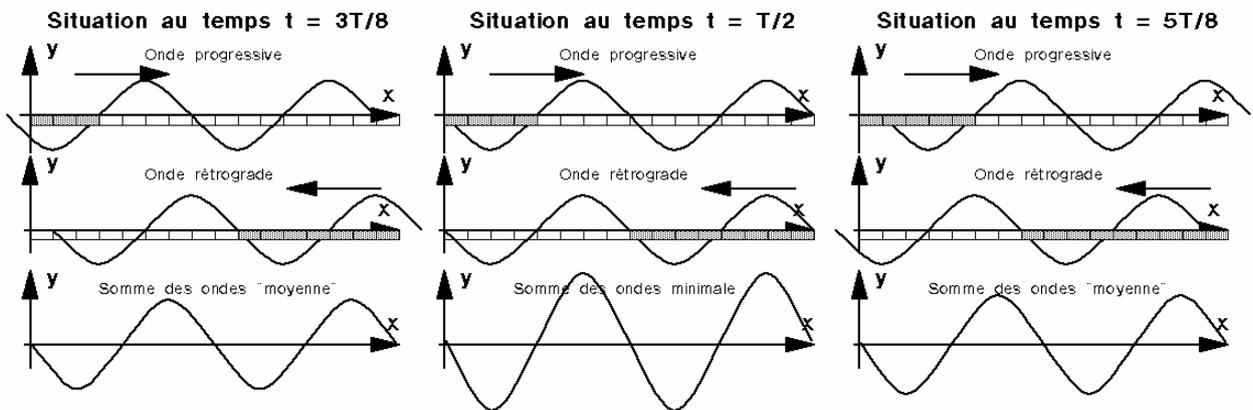


On considère une onde stationnaire transversale sur une corde de guitare par exemple et l'on prend des photographies de la corde tous les huitièmes de période.

L'onde stationnaire est représentée à la 3<sup>me</sup> ligne. C'est la somme de l'onde progressive représentée à la première ligne et de l'onde rétrograde représentée à la deuxième ligne.



L'onde stationnaire passe d'un maximum au temps  $t = 0$  à un état nul au temps  $t = T/4$ .  
 Au temps  $t = T/2$  (demi période), l'onde stationnaire a un maximum négatif.  
 Le temps  $t = 5T/8$  correspond à l'opposé du temps  $T/8$ .



La suite n'a pas été représentée mais :

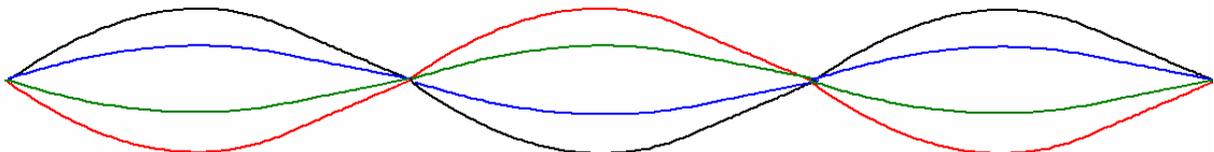
Le temps  $t = 6T/8 = 3T/4$  correspond à l'opposé du temps  $2T/8 = T/4$ .

Le temps  $t = 7T/8$  correspond à l'opposé du temps  $3T/8$ .

Le temps  $t = 8T/8 = T$  correspond à l'opposé du temps  $4T/8 = T/2$  et au temps  $t = 0$

### Interprétation mathématique de l'onde stationnaire

Lorsque l'on superpose deux ondes identiques mais de sens opposés (progressive et rétrograde), il se crée une onde stationnaire. Elle est caractérisée par des points où la perturbation est toujours nulle au cours du temps: ce sont les **nœuds**. Entre deux nœuds se trouvent les **ventres**, c'est-à-dire l'endroit où la perturbation est la plus grande.



Les deux ondes progressive et rétrograde sont décrites par les équations suivantes :

➤  $y_{\text{prog}}(x ; t) = A \sin(kx - \omega t)$  : Onde progressive

➤  $y_{\text{réto}}(x ; t) = A \sin(kx + \omega t)$  : Onde rétrograde

La somme de deux sinus est donnée dans les formulaires par la formule.

➤  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

En additionnant l'onde progressive et l'onde rétrograde (et en prenant d'abord l'onde rétrograde pour obtenir les "bons" signes +), on obtient donc :

$$y_{\text{réto}}(x ; t) + y_{\text{prog}}(x ; t) = A \sin(kx + \omega t) + A \sin(kx - \omega t) = A [\sin(kx + \omega t) + \sin(kx - \omega t)]$$

$$y_{\text{réto}}(x ; t) + y_{\text{prog}}(x ; t) = 2A \sin \left( \frac{kx + kx}{2} \right) \cos \left( \frac{(\omega t + \omega t)}{2} \right) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

Une onde stationnaire est donc décrite par l'équation :

$$y_{\text{stat}}(x ; t) = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)$$

On peut voir dans cette formule que le nombre d'onde  $k$  et la pulsation  $\omega$  sont les mêmes que pour les deux ondes initiales, mais : l'amplitude est doublée (on a ici  $2A$ ) et la position  $x$  et le temps  $t$  sont séparés.

Comme la position et le temps sont séparés dans l'équation d'une onde stationnaire, on peut voir que pour des  $x$  tels que  $kx$  est un multiple de  $\pi$  (ou  $180^\circ$ ), par exemple pour  $kx = \pi$  ou  $kx = 2\pi$  (ou  $360^\circ$ ), on a :  $\sin \pi = 0$  ou  $\sin 2\pi = 0$  et  $\sin(n\pi) = 0$  si  $n$  est entier et donc  $y(n\lambda/2 ; t) = 2A \sin(n\pi) \cos(\omega t)$  pour n'importe quel temps  $t$  !

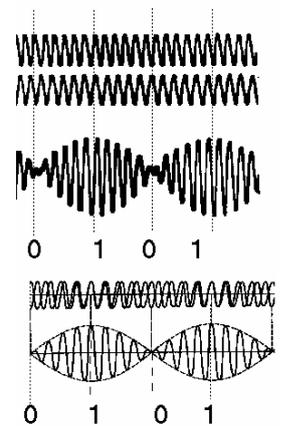
Ceci nous montre qu'à certains endroits ( $x_n = n\lambda/2$ ) la perturbation  $y(n\lambda/2)$  sera toujours nulle au cours du temps.

Ce sont les positions des noeuds de l'onde stationnaire :  $x_n = n\lambda/2$

#### 4.6.2 Battement

C'est l'onde résultant de la superposition de **deux ondes sinusoïdales de fréquences voisines mais différentes**. Par ce fait, les deux vibrations sont alternativement en phase et en opposition de phase. Lorsqu'elles sont en phase, l'onde résultante a une amplitude double de celle des composantes et lorsqu'elles sont en opposition de phase, l'amplitude est nulle. La fréquence du battement est égale à la différence des fréquences des deux sons. La somme des deux ondes est nulle (0) lorsqu'elles sont en opposition de phase et maximale (1) lorsqu'elles sont en phase.

$$f_b = |f_1 - f_2|$$



#### 4.6.3 Éléments d'acoustique

L'acoustique est l'étude des ondes sonores, de leur comportement et de leur usage. Elle touche de près à la physiologie de l'oreille et à la musique.

##### a) Sons et bruits

C'est l'impression sensorielle des ondes sonores (longitudinales dans l'air). La vibration de l'air met en mouvement le tympan ; cette vibration est transmise et transformée en impressions nerveuses. Les fréquences audibles se situent **entre 20 Hz et 15000 à 20000 Hz**. Les sons dont la fréquence est inférieure à 20 Hz sont appelés les **infrasons** et ceux qui sont supérieurs à 20000 Hz sont appelés les **ultrasons**. La fréquence d'un son est souvent appelée hauteur. Le son du téléphone ou du diapason a une fréquence de 440 Hz. Les trois premiers bips du signal horaire de la radio ont une fréquence de 1000 Hz et le bruit du tube image de la TV (son coupé) a une fréquence de 15'000 Hz. L'amplitude d'un son est souvent appelée **intensité**.

##### b<sub>1</sub>) Sons purs

L'impression sensorielle produite par une **onde sinusoïdale** est appelée son pur. Le son pur est défini uniquement par sa hauteur et son amplitude. Le diapason est le seul « instrument de musique » qui produit un son pur.

##### b<sub>2</sub>) Son composé et notions d'harmoniques

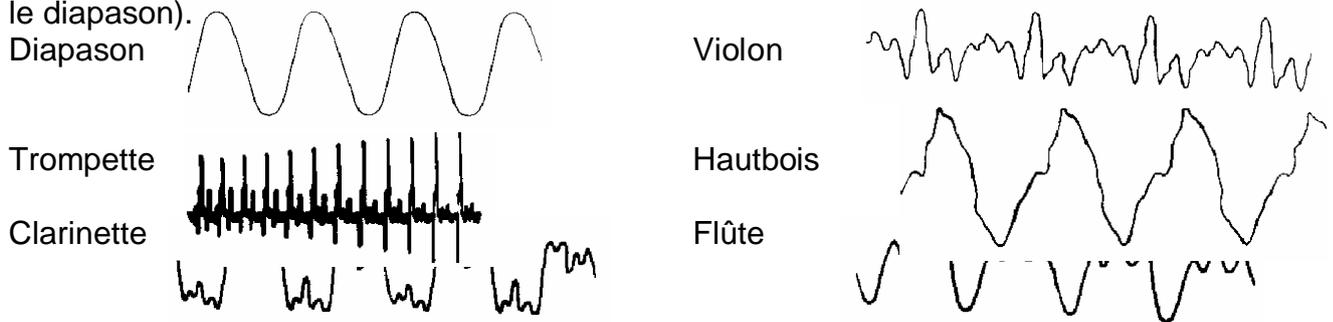
Le son composé résulte de la superposition de plusieurs sons :

- L'onde fondamentale dont le niveau détermine la hauteur ou fréquence du son composé.
- Des ondes harmoniques dont les fréquences sont les multiples de la première.

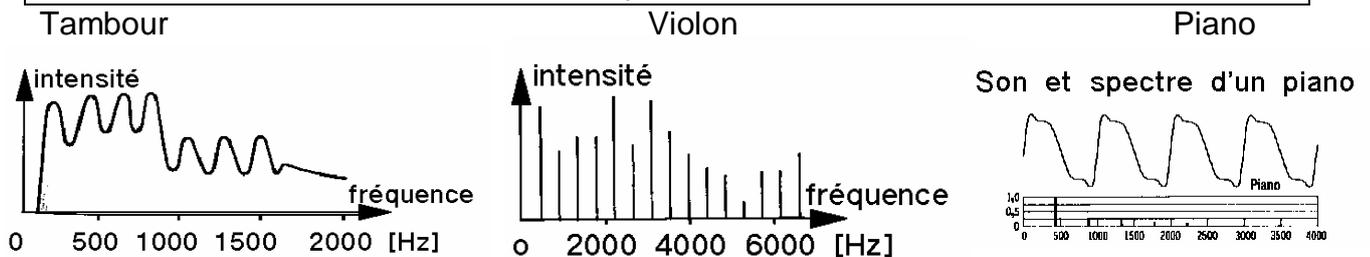
La présence et le dosage des harmoniques déterminent le timbre du son composé. On peut représenter un son à l'aide de son **spectre**. Chaque instrument a un spectre différent pur le même son car il a des harmoniques différentes d'un autre.

Le théorème de Fourier affirme que toute fonction périodique de fréquence  $f$  peut être considérée comme une somme de fonctions sinusoïdale dont les fréquences sont des multiples de  $f$ .

Sons de différents instruments de musique : on remarque qu'ils ne sont pas purs (à part le diapason).

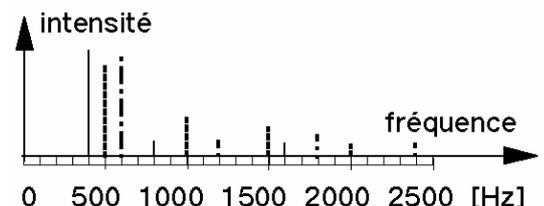


Spectres



c) Accord

Il s'agit de la superposition de plusieurs sons. Il peut être **consonant** ou **dissonant** suivant qu'il est agréable à l'oreille ou non. Ci-contre, voici le spectre d'un accord de trois notes ( $sol_3$ ,  $si_3$ ,  $ré_3$ ) :



d) Bruit

Si le nombre des fondamentales d'un accord est trop élevé (Taper toutes les touches d'un piano p. ex.), l'oreille reçoit la sensation d'un bruit plutôt que d'un accord. Le bruit est donc une impression sonore qui n'est ni un son ni un accord.

On appelle **bruit blanc** une onde sonore dans laquelle toutes les fréquences ont la même intensité (bruit d'un torrent ou d'un souffle).

d) Son des instruments de musique

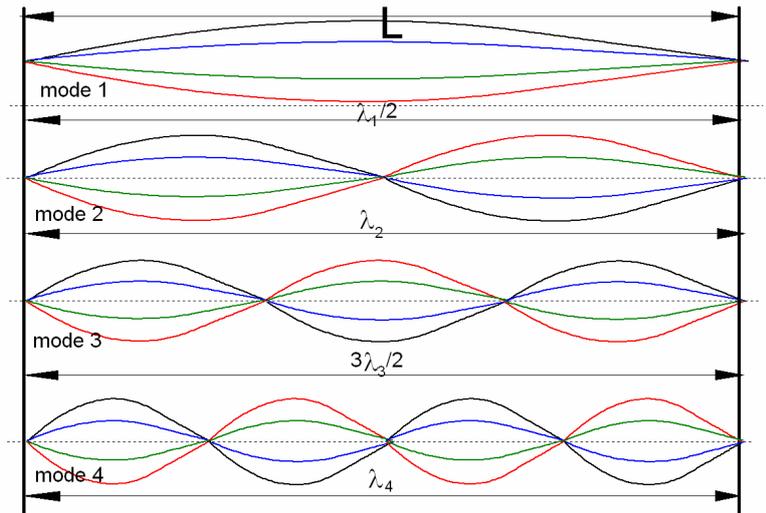
Le son produit par un instrument de musique ne correspond pas toujours à une onde périodique car les caractéristiques du son peuvent se modifier au cours du temps (corde pincée ou frappée, attaque ou arrêt d'une note). On parle alors de vibration ou onde pseudo périodique. Le spectre de celle-ci contient alors de nouvelles harmoniques dites de "régime transitoire" qui enrichissent le son.

## 4.7 Les instruments à cordes

En pinçant une corde de violon, la simple note émise est la résultante d'une série de phénomènes physiques extrêmement complexes :

- La mise en vibration d'une corde (plusieurs modes d'ondes stationnaires).
- La propagation des vibrations à travers le bois d'érable du chevalet puis à travers le bois d'épicéa de la table de l'instrument.
- La mise en vibration de l'air contenu dans la caisse de résonance.
- La propagation des vibrations sonores de l'instrument à l'oreille.
- La perception du son par l'oreille humaine : variations rapides de la pression sur le tympan qui sont transmises au cerveau par l'intermédiaire du nerf auditif.

La superposition des ondes incidentes et réfléchies sur la corde donne une onde stationnaire. Pour avoir ce type d'onde, il faut que les conditions aux limites soient satisfaites : il doit y avoir un noeud aux deux extrémités de la corde. Ces noeuds sont provoqués soit par le point d'attache de la corde soit par le doigt qui pince la corde. La corde va vibrer selon plusieurs modes ou fréquences propres bien définis ainsi que l'indique ce schéma ci-contre.



Le premier mode correspond à la fondamentale.

Il faut donc que la longueur de la corde soit un nombre entier de demi-longueurs d'ondes ( $n\lambda/2$ ).

Longueur de la corde [m] :  $L = n\lambda/2$  où  $n$  est entier  $\lambda = 2L/n$

Célérité des ondes sur la corde [m/s] :  $c_c = \lambda * f$

Fréquence [Hz ou  $s^{-1}$ ] :  $f = c_c/\lambda = n * (c_c/2L)$

Nous trouvons ainsi les fréquences des harmoniques ou des autres modes :  $2f, 3f, 4f, \dots$

Si  $F$  est la force de traction [N] sur la corde et  $\mu$  la masse par unité de longueur ou **masse linéique** [kg/m], nous pouvons exprimer la **célérité** des ondes sur la corde  $c_c$  qui est indépendante de la fréquence ou de la longueur d'onde par :

$$c_c = (F/\mu)^{1/2}$$

Les différentes fréquences sur une corde valent donc :  $f = (n/2L) * (F/\mu)^{1/2}$   
où  $n$  est entier,  $n$  est appelé **mode de vibration** de la corde. ( $n = 1$  : mode 1 ou fondamentale.  $n = 2$  : mode 2 ou harmonique 1 ;  $n = 3$  : mode 3 ou harmonique 2 ...)

- Rôle de la **longueur L** de la corde : Lorsque le violoniste déplace son doigt sur une corde, le son devient d'autant plus aigu que la longueur de la corde en vibration est faible. S'il presse la corde en son milieu, la fréquence double et on passe à l'octave supérieure.

- Rôle de la **force de traction F** : Lorsque l'on accorde un instrument à cordes, on augmente la force de traction pour augmenter la fréquence et inversement. Les quatre cordes d'un violon supportent une traction de 250 N qui exerce, par l'intermédiaire du chevalet, une force de 100 N sur la caisse de résonance. Le piano compte 88 touches ; les 60 notes les plus aiguës sont obtenues en frappant simultanément trois cordes, les 18 suivantes avec deux cordes et les dix dernières avec une seule corde. Dans un piano de concert, les cordes sont fixées sur un cadre en fonte dont la masse peut atteindre 180 kg, la traction totale qu'il supporte peut atteindre 280'000 N.
- Rôle de la **masse linéique  $\mu$**  : Regardons les cordes d'une guitare : plus elles sont grosses, plus elles sonnent grave. Nous avons vu que plus la masse linéique d'une corde est grande, plus la célérité des ondes est faible donc plus la fréquence des ondes est faible pour la même force de traction. Pour obtenir les sons les plus graves, on enroule un fil d'acier autour de la corde en augmentant sa masse linéique. On peut observer ces cordes sur une guitare ou un piano.

### Exercices instruments à cordes

- 1) Sur une corde de guitare, les ondes ont une célérité  $c = 200$  m/s. La corde a une longueur  $L = 50$  cm. Déterminer les fréquences  $f_i$  des 5 premiers modes de vibration de cette corde.
- 2) Une corde de masse  $m = 0.8$  g est tendue entre deux chevalets distants de  $L = 0,5$  m. Sa tension est  $F = 100$  N. Calculer la fréquence  $f_1$  du mode fondamental ( $n = 1$ ) et celle  $f_3$  du mode 3 ( $n = 3$  : deuxième harmonique).
- 3) Une corde de masse  $m = 1$  g vibre en trois fuseaux entre deux chevalets distants de  $L = 0,5$  m. Sa fréquence est de  $f_3 = 1200$  Hz.
  - a) Calculer la fréquence  $f_1$  du son fondamental que peut émettre cette corde.
  - b) Déterminer la tension  $F$  de la corde.
- 4) On accorde un violon au  $la_3$   $f = 440$  Hz en tirant sur une corde avec la tension  $F = 400$  N. La corde mesure une longueur  $L = 0.4$  m et vibre selon le mode fondamental.
  - a) Déterminer la célérité  $c$  dans ce cas.
 On tire sur la corde avec une nouvelle tension  $F'$  pour qu'elle émette une note à 880 Hz..
  - b) Déterminer la nouvelle célérité  $c'$  puis la nouvelle tension  $F'$ . Que constate-t-on ?
- 5) Les cordes mi ( $f_{mi} = f = 659$  Hz) et sol ( $f_{sol} = f' = 392$  Hz) d'une guitare sont cylindriques et faites du même nylon ( $1140$  kg/m<sup>3</sup>). Leurs longueurs  $L = 0.5$  m sont identiques. Elles subissent la même force de traction  $F = 100$  N. Elles vibrent selon le mode fondamental.
  - a) Déterminer les célérités  $c$  et  $c'$  des ondes sur les deux cordes.
  - b) En déduire les masses linéiques  $\mu$  et  $\mu'$  puis les diamètres  $d$  et  $d'$ .
  - c) Comparer le rapport  $= d/d'$  des diamètres avec le rapport  $f'/f$  des fréquences...
- 6) Une corde quelconque de violon, longue de 50 cm, est fixée à ses extrémités et possède une masse de 2 g. La corde vibre selon le mode 1 et produit la note La 440 Hz.
  - a) Déterminer la célérité  $c$ .
  - b) A quel endroit de la corde doit-on appuyer un doigt pour produire la note Do 528 Hz ?

## 4.8 Instruments à vent

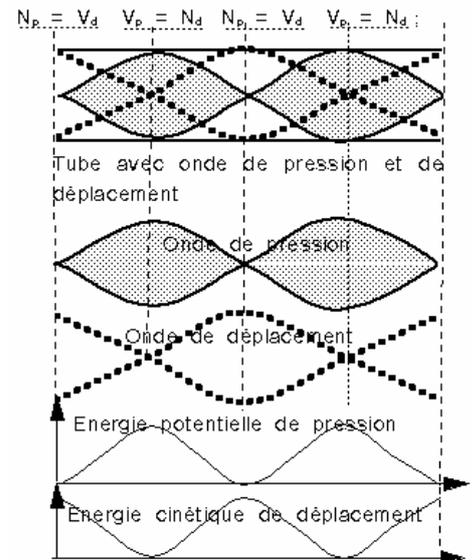
### 4.8.1 Tuyaux sonores

Si l'onde sonore est produite à l'extrémité du tuyau, elle s'y propage jusqu'à l'autre extrémité. Si celle-ci est bouchée, elle y est réfléchi. Si elle est ouverte, l'onde est partiellement réfléchi et partiellement transmise dans l'air libre. Dans les deux cas les ondes réfléchies et incidentes interfèrent et produisent une **onde stationnaire**.

Dans une onde sonore, la situation est plus complexe que sur une corde. Il faut considérer comme perturbation le déplacement des particules par rapport à leur position moyenne ou **onde de déplacement** ou l'écart de pression relativement à la pression atmosphérique ou **onde de pression**.

Nous pouvons faire un schéma de la situation pour mieux comprendre le phénomène en représentant les minima et maxima de l'onde comme une onde transversale (en fait l'onde est longitudinale).

Sur la figure ci-contre où l'on a représenté le mode 2, on observe des **nœuds de déplacement** ( $N_d$ ) où l'oscillation est nulle et des **ventres de déplacement** ( $V_d$ ) où l'oscillation est la plus grande. Les tranches d'air dont les mouvements sont les plus amples ne subissent pas de variation de pression celles-ci sont appelées les **nœuds de pression** ( $N_p$ ) ( $N_p = V_d$ ). En revanche, les tranches d'air qui subissent les plus grandes variations de pression : **ventres de pression** ( $V_p$ ) ( $V_p = N_d$ ), correspondent aux tranches d'air immobiles. Nous constatons que la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle est constante, ce qui satisfait au théorème de conservation de l'énergie.

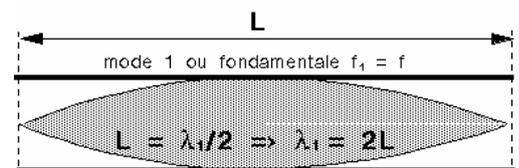


### 4.8.2 Conditions aux limites dans les tuyaux sonores

- A une **extrémité fermée**, le mouvement des tranches d'air est impossible. Nous avons donc un **nœud de déplacement** ou un **ventre de pression**.
- A une **extrémité ouverte**, la pression se fixe à la valeur de la pression atmosphérique. Nous avons donc un **nœud de pression** ou un **ventre de déplacement**.

### 4.8.3 Tuyau ouvert aux deux extrémités

Il est représenté sur la figure ci-contre pour le 1<sup>er</sup> mode de vibration. L'onde de pression se comporte comme l'onde stationnaire sur une corde. La longueur du tuyau doit donc être un nombre entier de demi-longueurs d'onde.



Longueur du tuyau [m] :  $L = n (\lambda/2)$  où  $n$  est entier  $\Rightarrow \lambda = 2L/n$

Fréquence [Hz] :  $f = c_s / \lambda \Rightarrow \mathbf{f = n (c_s/2L)}$

Les sons qui peuvent être émis par ce tuyau sont les multiples de cette fréquence donc la **série harmonique entière** et  $n$  est appelé **mode de vibration du tuyau**. (mode  $n = 1$  fondamentale ; mode  $n = 2$  harmonique 1 ; mode  $n = 3$  harmonique 2 ...) comme pour les instruments à corde.

#### 4.8.4 Tuyau ouvert seulement à une extrémité

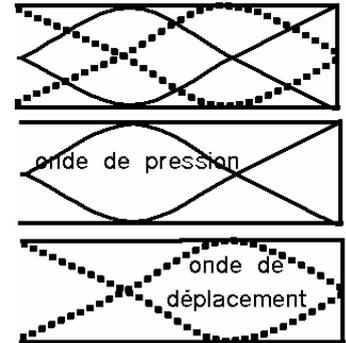
Ici, la situation est différente : d'après le schéma ci-contre (mode 2), la longueur du tuyau doit être un nombre impair de quarts de longueur d'onde sur le schéma ci-contre  $L = 3\lambda/4$ .

L'onde de pression doit avoir un minimum à l'extrémité ouverte du tuyau (pression atmosphérique) et un maximum au fond du tuyau et l'onde de déplacement doit avoir un maximum à l'extrémité ouverte du tuyau et un minimum au fond.

Longueur du tuyau [m] :  $L = (2n-1) (\lambda/4)$  où  $n$  est un nombre entier caractérisant le mode de vibration.  $\Rightarrow \lambda = 4L / (2n-1)$

Fréquence [Hz] :  $f = (2n-1) (c_s / 4L)$

Les différentes fréquences qui peuvent émisées sont les multiples impairs de la fréquence la plus basse. On parle donc de la **série harmonique impaire**.



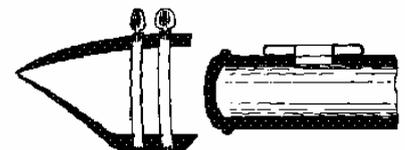
#### 4.8.5 Utilisation des tuyaux sonores

Pour obtenir des sons différents, on dispose des deux paramètres **n** et **L**. Pour faire varier  $n$ , il suffit de souffler plus fort dans l'embouchure ou de pincer les lèvres. Pour varier  $L$ , On peut soit avoir un ensemble de tuyaux de longueurs différentes (orgue), soit varier  $L$  grâce à une coulisse (trombone) ou des pistons (trompette), soit avoir sur la longueur des trous que l'on peut ouvrir et fermer (flûte).

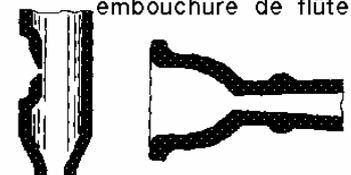
#### 4.8.6 Rôle de l'embouchure des instruments à vent

- **Embouchures à anche** : Une anche est une lame de roseau qui, en battant, laisse entrer l'air par intermittence, chaque bouffée étant soumise à des variations périodiques de pression. La clarinette et le saxophone fonctionnent avec une anche unique tandis que le hautbois et le basson fonctionnent avec une double anche. On constate que près de l'anche, l'onde de pression est maximale.
- **Embouchures de flûte** : Le biseau de l'embouchure coupe le filet d'air, crée des tourbillons et met la colonne d'air du tuyau en vibration. On constate que près de l'orifice, l'onde de déplacement est maximale.
- **Embouchure de trompette** : C'est les lèvres du musicien qui vibrent et mettent en vibration l'air dans le tuyau. La pression peut être maximale ou nulle près de l'embouchure.

anche de clarinette



embouchure de flûte



tuyau d'orgue embouchure à embouchure de trompette de flûte

#### 4.8.7 Failles de la théorie

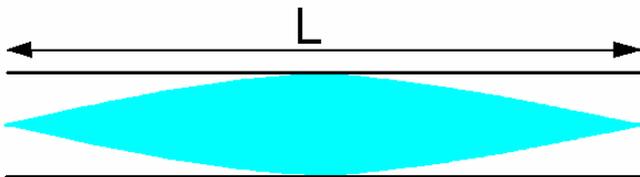
Si l'on mesure la fréquence émise par les instruments à vent, on constate un écart plus ou moins important avec la théorie. En voici quelques raisons : **A une extrémité ouverte, l'extrémité de l'onde stationnaire (noeud de pression) sort quelque peu du tube**. Une embouchure en biseau ne se comporte pas exactement comme une extrémité ouverte. Une embouchure à anche ne se comporte pas exactement comme une extrémité fermée. Lorsque les tuyaux sont coniques, des complications notables sont introduites...

A la page suivante, on compare les tuyaux sonores ouverts (semblable aux instruments à cordes) et fermés à une extrémité dans les 4 premiers modes.

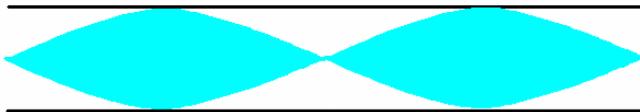
### Ondes stationnaires dans les instruments de musique

Dans les figures ci-dessous, on a représenté l'onde sonore de pression (nulle aux extrémités ouvertes).

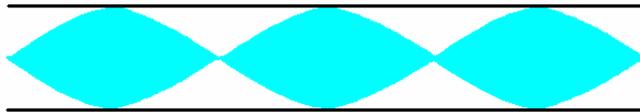
Instruments à cordes ou à vent **ouvert** aux deux extrémités



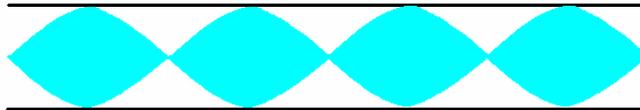
mode 1 :  $L = \lambda_1/2$



mode 2 :  $L = \lambda_2$



mode 3 :  $L = 3 \lambda_3/2$



mode 4 :  $L = 2 \lambda_4$

Mode n :

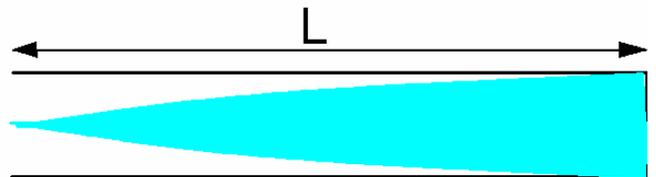
$$f_n = n f$$

$$L = n \lambda_n / 2 \Rightarrow$$

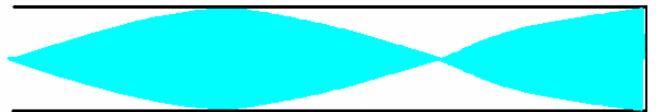
$$\lambda_n = 2L/n$$

$$f_n = c/\lambda_n = nc/2L$$

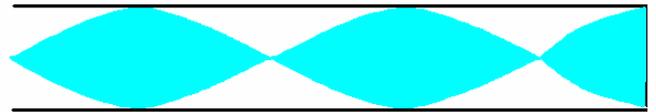
Instruments à vent **fermé** à une extrémité (et ouvert à l'autre)



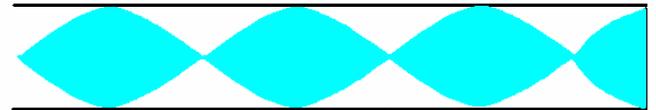
mode 1 :  $L = \lambda_1/4$



mode 2 :  $L = 3 \lambda_2/4$



mode 3 :  $L = 5 \lambda_3/4$



mode 4 :  $L = 7 \lambda_4/4$

Mode n :

$$f_n = \frac{1}{2}(2n-1) f$$

$$L = (2n-1) \lambda_n / 4 \Rightarrow$$

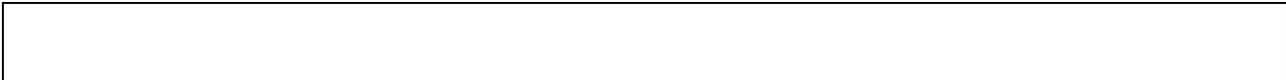
$$\lambda_n = 4L/(2n-1)$$

$$f_n = c/\lambda_n = (2n-1)c/4L$$

Tuyau ouvert				Tuyau fermé à 1 extrémité		
$L = \dots \lambda$	$\lambda$ [L]	$f = c/\lambda$	Mode	$L = \dots \lambda$	$\lambda$ [L]	$f = c/\lambda$
1/2	2/1 = 2	c/2L	1	1/4	4	c/4L
2/2 = 1	2/2 = 1	2c/2L	2	3/4	4/3	3c/4L
3/2	2/3	3c/2L	3	5/4	4/5	5c/4L
4/2 = 2	2/4 = 1/2	4c/2L	4	7/4	4/7	7c/4L
n/2	2/n	nc/2L	n	(2n+1)/4	4/(2n+1)	(2n+1)c/4L

Exercices instruments à vent

- 1) Quelle longueur L faut-il donner à un tuyau d'orgue pour qu'il fournisse un  $la_1$  ( $f = 110$  Hz) ? Donner les deux solutions possibles pour une température de l'air de  $20^\circ\text{C}$  ( $c = 343$  m/s) et expliquer au moyen d'un schéma.
- 2) Une flûte, assimilable à un tuyau ouvert à ses deux extrémités, a une longueur  $L = 60$  cm. Calculer les fréquences  $f_i$  de ses trois premiers modes de vibration lorsque tous les trous sont bouchés.
- 3) Lorsque tous les trous d'une flûte traversière\* sont bouchés, l'instrument émet sa note la plus basse : un  $do_4$  de fréquence  $f = 262$  Hz. La distance  $d$  entre l'embouchure et l'extrémité du tuyau (ouverte) est de 60 cm. En déduire la longueur d'onde  $\lambda$  et la célérité  $c$  du son.
- 4) Quelles sont les fréquences  $f_i$  des trois premiers modes de vibration d'un tuyau d'orgue à embouchure de flûte\* de longueur  $L = 1,28$  m et ouvert à son extrémité.

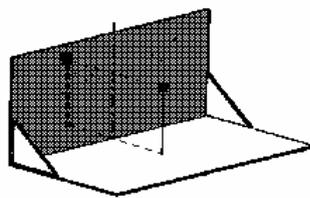


**Corrigé des exercices oscillations et ondes**

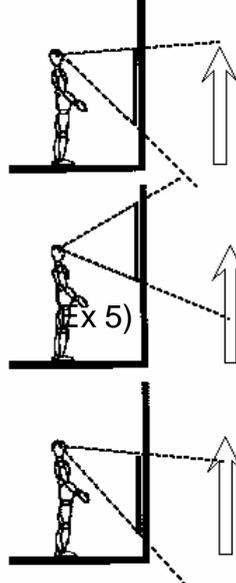
4.3 Exercices réflexion de la lumière (O 8 et O 9)

- 5) Un raisonnement sur les triangles semblables nous montre que :  $110 \text{ cm}/10 \text{ cm} = x/5 \text{ cm} \Rightarrow x = 55 \text{ cm}$

Exercice 1

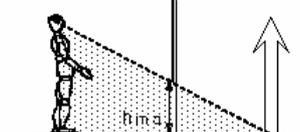


Exercice 3

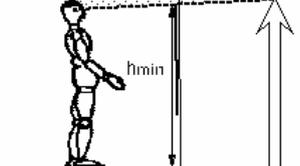


Exercice 4

Pour que le garçon se voie les pieds :  $h_{\max} = (140-12)/2 = 64 \text{ cm}$  du sol.

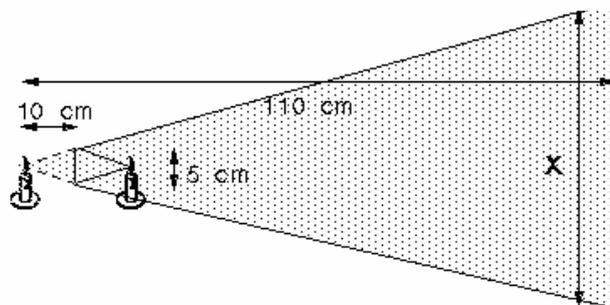
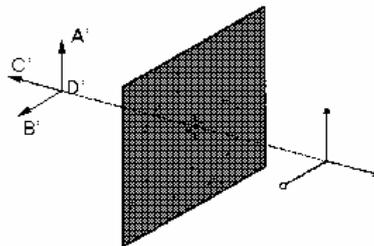


Pour que le papa se voie la tête :  $h_{\min} = 180-(12/2) = 174 \text{ cm}$  du sol.



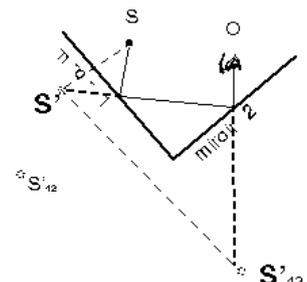
La taille minimale du miroir est donc de  $174-64 = 110 \text{ cm}$ .

Exercice 2



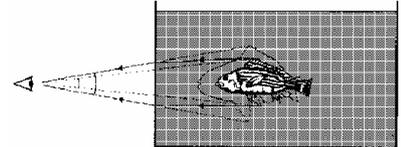
Ex 7)

- 6) Tracer le symétrique  $S'$  de  $S$  par rapport au miroir. L'intersection de  $OS'$  avec le miroir donne  $I$ . Le trajet de la lumière  $SI + IO = S'O$  est le plus court (droit).



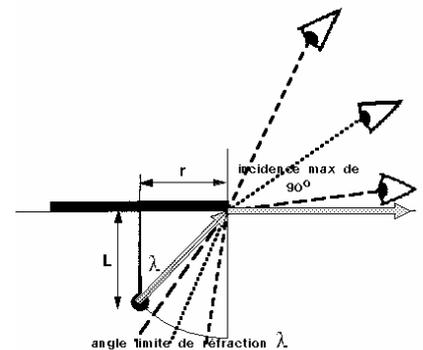
4.3 Exercices réfraction de la lumière (O 12)

- 1) Le temps pour parcourir le **trajet 3** est **minimum** et vaut 14,47 s (17.48 --14.71 s)
- 2)  $n_{\text{eau}} = 300'000/225'000 = 1.33$   
 $c_{\text{pelxi}} = 300'000/1.5 = 200'000 \text{ m/s}$
- 3) A cause du changement de direction des rayons voir la figure ci-contre.      4) même explication.



- 5) Lorsque nous observons des poissons dans un aquarium, ils nous paraissent légèrement plus gros qu'en réalité. La lumière change de direction en se rapprochant de la normale à la paroi de l'aquarium alors que notre cerveau croit qu'elle va tout droit.

- 6) a) d'un verre cristal ( $n = 1.6$ ) dans l'eau ( $n = 1.33$ ).  $1.6 * \sin\lambda = 1.33 * \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \lambda = 1.33/1.6 = 0.831 \Rightarrow \lambda = 56.23^\circ$
- b) de l'eau ( $n = 1.33$ ) dans l'air.  $1.33 * \sin\lambda = 1 * \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \lambda = 1/1.33 = 0.752 \Rightarrow \lambda = 48.75^\circ$
- c) de l'air dans le verre ( $n = 1.5$ ) il n'y a pas de réflexion totale car  $1 * \sin\lambda = 1.5 * \sin 90^\circ \Rightarrow \sin\lambda = 1.5$  impossible



- 7) L'angle d'incidence maximum est donc de  $90^\circ$  pour un angle limite de réfraction  $\lambda = 48.75^\circ$  (voir 6b).  
 On retrouve l'angle  $\lambda$  sur un triangle rectangle de cathètes r et L :  $\tan\lambda = r/L \Rightarrow L = r/\tan\lambda = 21.9 \text{ mm}$

- 8) Loi de la réfraction :  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

	$n_1$	Angle i [°]	$n_2$	Angle r [°]
Exemple	1	30	1.33	22.1
Exercice 1	1	50	1.5	30.7
Exercice 2	1.5	40	1	74.6
Exercice 3	1.5	50	2.42	28.3
Exercice 4	1.6	60	1.33	Réflexion totale
Exercice 5	1.5	41.8	1	88.9

Pour l'exercice 4, la loi de la réfraction donne un résultat impossible ( $\sin r > 1$ )

4.5 Effet Doppler et cône de Mach (O 16)

	f [Hz]	v [m/s]	$\lambda$ [m]	$\lambda_{av}$ [m]	$\lambda_{ar}$ [m]	$f_{av}$ [Hz]	$f_{ar}$ [Hz]
Ex 1	1500	102.9	0.229	0.160	0.297	2143	1154
Ex 2	540	9	0.635	0.619	0.652	555	526
Ex 3	1200	25	0.286	0.265	0.307	1294	1118
Ex 4	1000	114.3	0.343	0.229	0.457	1500	750
Ex 5	884	90.3	0.388	0.286	0.490	1200	700
Ex 6	440	34.3	0.780	0.702	0.858	489	400

- 1)  $f' = f/0.7 = 2143$  Hz et  $f'' = f/1.3 = 1154$  Hz.    2)  $f_1 = 526$  Hz  $f_2 = 554,5$  Hz  
 3)  $f' = 1295.5$  Hz et  $f'' = 1118.5$  Hz                      4)  $f_{ar} = 750$  Hz et  $v = 114.3$  m/s  
 5)  $\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_{av} + \lambda_{ar}) = 0.388$  m et  $f = 884$  Hz. b)  $v = 90.3$  m/s.  
 6)  $f_{av} = 489$  Hz et  $v = 34.3$  m/s.                      7)  $\alpha = 34,9^\circ$ .  
 8) a)  $c = 3$  nœuds et b)  $\alpha = 22^\circ$                       9) a)  $\alpha = 41,8^\circ$  et b)  $\Delta t = 10.9$  s.

4.7 Exercices instruments à cordes (O 22)

- 1)  $\lambda = 2L = 1$  m ;  $f_1 = c/l = 200$  Hz;  $f_2 = 400$  Hz;  $f_3 = 600$  Hz ;  $f_4 = 800$  Hz ;  $f_5 = 1000$  Hz  
 2)  $c = (FL/m)^{\frac{1}{2}} = 250$  m/s ;  $\lambda = 2L = 1$  m ;  $f_1 = c/\lambda = 250$  Hz ;  $f_3 = 3*f_1 = 750$  Hz..  
 3)  $f_1 = f_3/3 = 400$  Hz ;  $l_1 = 1$  m ;  $c = \lambda f = 400$  m/s et  $F = c^2m/L = 320$  N.  
 4)  $f' = 2f$  ;  $f_2 = 4T/(L^2m) \Rightarrow (f'/f)^2 = T'/T = 4 \Rightarrow T' = 4T$ .  
 5)  $f_2 = 16T/(L^2\pi d^2\rho) \Rightarrow f_{mi} / f_{sol} = 1/(d_{mi}/d_{sol}) \Rightarrow d_{mi}/d_{sol} = 0,595$ .  
 6)  $f_{do}/f_{la} = L_{la}/L_{do} = 1,2 \Rightarrow L_{do} = L_{la}/1,2 = 41,67$  cm  $\Rightarrow \Delta L = 8,3$  cm d'une extrémité.

4.8 Exercices instruments à vent (O 26)

- 1) Tuyau ouvert :  $L_o = \lambda/2 = c/2f = 1,56$  m ; tuyau fermé :  $L_f = \lambda/4 = c/4f = 0,78$  m.  
 2)  $f = f_1 = c/2L = 285$  Hz ;  $f_2 = 2f = 572$  Hz;  $f_3 = 3f = 857$  Hz.  
 3)  $\lambda = 2L = 1,2$  m et  $c = \lambda f = 314,4$  m/s.  
 4)  $\lambda = 2L = 2,56$  m ;  $f = f_1 = c/2L = 134$  Hz ;  $f_2 = 2f = 268$  Hz et  $f_3 = 3f = 402$  Hz.